

金属疲劳裂纹扩展规律及其微观机制 (中)

颜 鸣 皋

二、疲劳裂纹扩展的力学方程

远在本世纪三十年代中期,人们已认识到疲劳裂纹是工程设计中的一个严重问题。Deforest等〔42〕为了确定疲劳裂纹出现后金属的剩余寿命,首次开展了一项探索裂纹扩展的研究工作。此后,人们对疲劳裂纹扩展过程进行了大量的试验与理论分析,建立一些半经验式和解析式力学方程,有的已应用于零件与结构的实际寿命的估算中。

1. 早期的裂纹扩展公式

表3列出了一些早期的疲劳裂纹扩展的半经验公式〔43〕。这些公式在一定试验条件下是

适用的,并表示出积累损伤。这些公式基本上可分为下列三种类型:

$$\frac{da}{dN} = C_1 (a)^n \quad (1)$$

$$\frac{da}{dN} = C_2 \sigma^m a^n \quad (2)$$

$$\frac{da}{dN} = C_3 f(K) \quad (3)$$

式中 C_1 、 C_2 、 C_3 为材料常数, m 与 n 为与载荷、结构有关的指数。在上述三种类型的公式中,公式(3)由于采用了与应力和裂纹长度有关的应力强度因子(K),目前已得到普遍应用。其中在工程设计的寿命估算中应用较多的是人

表3 疲劳裂纹扩展公式〔43〕

年 代	研 究 者	公 式	参考文献
1935~1936	DeForest与Magnuson	无公式,是最早设计出的测量疲劳裂纹扩展的试验之一	〔42〕
1938	Langer与Peterson	无公式,是首次提出将裂纹扩展数据包括到破损积累的定理中 $da/dN = \beta^{3/2}$	〔44〕
1953	Heald	$[d(a/n)]^{1/2} d[(\theta n)] = 1/4 \gamma f [1 u h / 2 \rho$	〔45〕
1956	McClintock	$-1/2(1-4\rho^2/n^2)]$ $da/dN = \text{常数} (\text{等应力})$	〔46〕
1957~1958	Frost与Dugdale	$da/dN = A \sigma^3 a (\text{等载荷})$	〔47〕
1958	McEvily与Illg	$da/dN = 2\alpha a^{3/2}$	〔48〕
1961	Hardrath与McEvily	$\alpha = 1/2 a^{-3/2} \log^{-1}(0.0051 k n \sigma_{net} - 5.472 - 34/(k n \sigma_{net} - 34))$	〔49〕
1960	Schijve		
1954~1960	Weibull	$da/dN = K a^\alpha \sigma_a^\beta$ $da/dN = K w \sigma_i^\beta (\text{等应力})$	〔50〕 〔51,52〕
1961	Valluri	$[da(a/w)]/dN = K(\sigma_0)^\beta / [(1-a/w)^\beta]$ (等载荷)	〔53〕
1961	Deuke与Christeusen	$da/dN = K a / [(1-a/w)_4] \sigma_{crk}^4$	
1961	Paris等	$(1-\sigma_i/\sigma_{crk})^2 (1-R)^2$	
1963	刘	$da/dN = \bar{u}(a/a_c) / [(1-a/a_c)^4]$ $da/dN = K a = \sigma \sqrt{a/2\alpha}$	〔54〕 〔55,56〕
		$da/dN = C \sigma^2 a$	〔57〕
1965	Manson	$da/dN = C(\Delta \epsilon_p \sqrt{a})^3$	〔58〕

们所熟知的Paris公式^[56]：

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m \quad (4)$$

式中 ΔK 为应力强度因子幅值， $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$ ； C 、 m 为试验常数，对于大多数金属来说， $m = 2 \sim 4$ 。但是据报导， m 的变化范围较广，可以在 2.3~19.4 之间变化。图 23 示出具有不同 K_{Ic} 值的高强度钢的指数 m 的变化情况^[59]。

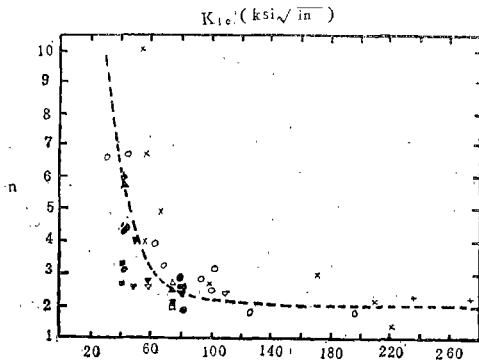


图 23 不同 K_{Ic} 值的中、高强度钢指数 m 的变化^[59]

公式 (4) 由于形式较为简单，使用也较普遍。一般适用于高循环、低应力水平的情况，即在 $10^{-6} \sim 10^{-3}$ 毫米/次的范围内，但在 ΔK 接近上、下两个极限值的情况下，即 $\Delta K \rightarrow \Delta K_{\text{th}}$ 和 $K_{\max} \rightarrow K_c$ (或 K_{Ic}) 时，公式 (4) 失效。当接近上述极限条件时，显微组织、平均应力及环境介质诸因素的影响是不可忽视的。

2. 发展中的裂纹扩展方程

对于任何成功的裂纹扩展理论需要有两个重要因素：其一是需要一个能够确切描述裂纹扩展的真实模型；其二是要有一个数学方程来表达该模型的分析方法，从而可以推导出一个定量的关系^[60]。自从六十年代中期以来，人们利用上述一些物理模型，采用位错连续分布理论和连续弹-塑性力学的分析方法，曾推导出一些半经验式和解析式的数学方程。

1) 位错连续分布理论分析

Bilby、Cottrell 与 Swinden^[61] 在研究

钢的缺口脆性时曾建立了一个模型，简称 BCS 模型。该模型代表一个裂纹在承受剪切应力 (τ_0) 所施加的平面应变的静载荷下，裂纹尖端范性区被一系列线性位错所置换，这些位错在应力集中存在的情况下和摩擦力 (σ_1) 的抵抗下，由裂纹尖端滑动出来，裂纹尖端的位移 $\varphi(a)$ 则可用下式表示：

$$\varphi(a) = \frac{4a\sigma_1(1-\nu)}{\pi G} \lg \frac{b}{a} \quad (5)$$

式中 a 为半裂纹长度； b 为由裂纹中心测量的范性区的极限：

$$\frac{a}{b} = \cos \left(\frac{\pi \tau_0}{2\sigma_1} \right) \quad (6)$$

公式 (6) 与 Dugdale^[62] 采用一般经典力学推导出的公式十分类似：

$$\frac{a}{b} = \cos \left(\frac{\pi \sigma_0}{2\sigma_1} \right) \quad (7)$$

式中 σ_0 为施加的拉伸应力。

Weertman^[63] 曾经将 BCS 模型引伸到材料在循环载荷下的裂纹扩展方面。在不存在 Bauschinger 效应和加工硬化的情况下，总的范性位移可以用范性区内的累积损伤来描述。当范性位移超过某一临界值 μ^* 时将发生断裂。根据上述假设，他推导出裂纹扩展速率方程为：

$$\frac{da}{dN} = \frac{\pi^3}{48\mu^*\sigma_u G} \cdot \frac{\sigma_{\max}^4 a^2}{\sigma_u^2} \quad (8)$$

式中 σ_u 为材料的拉伸极限强度，对于中心穿透裂纹的无限宽板材， $K = \sigma\sqrt{\pi a}$ ，公式 (8) 可写为：

$$\frac{da}{dN} = \frac{\pi(1+\nu)}{24\mu^*\sigma_u^3 E} \cdot (\Delta K)^4 \quad (9)$$

此后，Weertman^[64] 进一步考虑了附加平均应力对 da/dN 的影响，并得出：

$$\frac{da}{dN} = \frac{\pi}{96\sigma_y^2} \cdot \frac{(\Delta K)^4}{K_{Ic}^2 - K^2} \quad (10)$$

他还发现在低的或中等应力水平下，平均应力对裂纹扩展速率的影响不大。

Bilby与Heald^[65]曾采用BCS方法对椭圆和V型缺口的试样进行了分析,也得出类似的数学方程:

$$\frac{da}{dN} = \frac{5}{3G\beta\sigma_u^2} \left(\frac{\pi}{4}\right)^3 (K)^4 \quad (11)$$

式中 β 为断裂时的范性功; σ_u 为拉伸极限强度。

Lardner^[66]将BCS方法应用到一个范性钝化模型中,推导出在受循环应力($\Delta\sigma$)的作用下,所产生的裂纹张开位移(Δu)等于每一循环中裂纹的扩展,所得出裂纹扩展速率公式为:

$$\frac{da}{dN} = \frac{\pi(1-\nu)}{4G\sigma_u} \sigma_u^2 a \left[1 + \frac{\pi^3 \sigma^2}{96 \sigma_u^2} \right] \quad (12)$$

当 $\sigma < \sigma_u$ 时,上式方括弧内的一项可以忽略不计,公式(12)可转化为:

$$\frac{da}{dN} = \frac{\pi(1-\nu)}{4G\sigma_u} (\Delta K)^2 \quad (13)$$

Erdogan^[67]认为在循环载荷下的疲劳裂纹扩展与裂纹尖端的范性区有关。在低的应力水平下,由于位错进入裂纹尖端后造成裂纹扩展,扩展的速度必须是那部分可利用的位错总数与柏氏矢量的乘积。假定可利用的位错总数与范性区的大小有关,这样

$$\frac{da}{dN} = A\gamma \frac{\alpha_1}{P_{max}} + \Delta\gamma_P \alpha^2 \quad (14)$$

根据Dugdale模型^[62]求出范性区尺寸, γ_P ,并代入应力强度因子幅值(ΔK),方程(14)可写为,

$$\frac{da}{dN} = C(1-\beta)^{\frac{2\alpha_1}{\alpha_1+\alpha_2}} \Delta K^{2(\alpha_1+\alpha_2)} \quad (15)$$

式中 C 、 α_1 、 α_2 为与材料有关的常数;而

$$\beta = \left(\frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} \right) \quad (16)$$

可以看出,上述一些解析式中的(ΔK)的指数可以分为2与4两大类。

2) 连续弹-塑性力学分析

鉴于早期的一些疲劳裂纹扩展公式中,一般未考虑平均应力的影响以及裂纹在接近临界应力强度因子(K_{Ic})时的失稳状态,Forman等^[68]认为在裂纹扩展后期 da/dN 的剧烈增加

可能与材料的断裂韧性有关。当 K_{max} 接近材料的 K_{Ic} (或 K_{Ic})时,

$$K_{max}^{lim} \rightarrow K_{Ic} \quad \frac{da}{dN} = \infty \quad (17)$$

采用应力比(R), K_{max} 可用下式表示:

$$K_{max} = \frac{\Delta K}{1-R} \quad (18)$$

参考Paris公式, $da/dN = C(\Delta K)^m$,他们建议在 $\frac{da}{dN} - \Delta K$ 函数关系中应包括 $[(1-R)K_{Ic} - \Delta K]$ 一项,即

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-R)K_{Ic} - \Delta K} \quad (19)$$

可以看出,公式(19)考虑了应力比 R 的影响,并描述了 $K_{max} \rightarrow K_{Ic}$ 时裂纹的加速扩展行为。图24示出7075-T6铝合金不同应力比 R 的 $\log[(1-R)K_{Ic} - \Delta K]$ 与 $\log \Delta K$ 的关系曲线。它们呈直线关系,说明公式(19)与试验结果符合得较好^[69]。

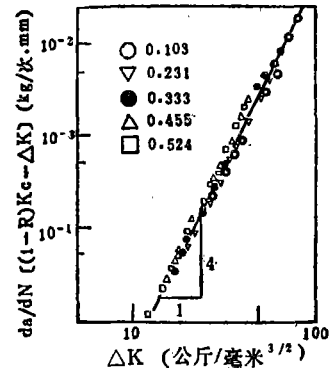


图24 根据公式(19)绘制的7075-T6铝合金的 $da/dN [(1-R)K_{Ic} - \Delta K] - \Delta K$ 关系曲线^[69]

但是,在研究平均应力对一些不同 K_{Ic} 值的Al合金的疲劳裂纹扩展速率的影响试验中,Pearson^[70]发现在低的应力幅值下, R 对材料 da/dN 的影响比由公式(19)计算的数值要小得多,从而对公式(19)作了如下的修正:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{[(1-R)K_{Ic} - \Delta K]^{1/2}} \quad (20)$$

Robert与Erdogan^[71]在研究平均应力

对一些板材承受拉伸与弯曲的循环载荷中得出另一种描述疲劳裂纹扩展速率的公式:

$$-\frac{da}{dN} = C \left(K_{\max} - \frac{\Delta K}{2} \right)^P \quad (21)$$

式中C、P为与材料有关的常数;当R=0时,上式与Paris公式基本相同。

Walker^[72]研究了应力比对一些2024-T3与7075-T6铝合金的da/dN的影响,发现对一些高韧性的材料使用了“有效应力强度因子”的概念,并提出下列公式:

$$-\frac{da}{dN} = C [K_{\max} (1-R)^n]^m \quad (22)$$

式中 $K_{\max} (1-R)^n$ 为材料的有效应力强度因子,当n=1时,公式(22)与Paris公式完全一致。n为与材料有关的常数,对于2024-T3铝合金, n=0.5; 7075-T6铝合金, n=0.425; 304型不锈钢, n=0.667。此外, Elber^[73]在研究上述铝合金的裂纹闭合效应中,发现增加R使裂纹闭合朝着最小循环应力的方向变化,并提出了另一个“有效应力强度幅值” ΔK_{eff} 的概念。他认为裂纹扩展速率应以下式表示:

$$-\frac{da}{dN} = C (\Delta K_{eff})^m = C (U \Delta K)^m \quad (23)$$

式中U为有效应力范围比值。

以上这些方程都是在一定试验条件下推导出来的,公式中的一些常数需要在试验中加以确定,公式(19)~(23)同属于一些半经验式方程。为了寻求描述疲劳裂纹扩展规律的理论解析式,不少研究工作者作了许多理论分析与试验验证工作,以下列举一些实例。

Robert等^[74]分析了Forman公式并采用了Erdogan范性区尺寸的概念,指出在简单拉伸循环载荷下,裂纹扩展速率应为:

$$-\frac{da}{dN} = \frac{C (K_{\max})}{K_0 - K_{\max}} \cdot (\Delta K)^2 \quad (24)$$

Tomkins^[75]考虑到由于循环应力 $\Delta\sigma$ 变化时,在裂纹尖端范性区外可能产生显微范性变形,

$$\Delta\sigma = K_z \Delta\epsilon_p^{0.5} \quad (25)$$

式中 K_z 为材料常数,假设最大应力与最小应力产生的范性区尺寸分别为 W_{\max} 与 W_{\min} 时,每一循环的裂纹延伸应为:

$$\Delta a = \Delta\epsilon_p (W_{\max} - W_{\min}) \quad (26)$$

当载荷低于材料的屈服强度(σ_y)时,范性区的长度将为 $\pi^2 \sigma^2 \alpha / 8 \sigma_y^2$ 。因此在平面应力状态下,裂纹扩展速率可用下式表示:

$$\begin{aligned} -\frac{da}{dN} &= \frac{\pi \Delta\sigma^3 \sigma_m}{4 K_z^2 \sigma_y^2} \cdot a \\ &= \frac{\pi \Delta\sigma \sigma_m}{4 K_z^2 \sigma_y^2} (\Delta K)^2 \end{aligned} \quad (27)$$

式中 $\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) / 2$ 。

此后, Tomkins^[30]根据流变带开裂模型(图13),提出在高的应变状态下,裂纹扩展速率可近似或等于裂纹张开位移(δ),提出:

$$\begin{aligned} -\frac{da}{dN} &= \delta = \int_0^{\epsilon_p} D d\epsilon_p \\ &= \frac{\pi}{8 \sigma_y^2} \Delta\epsilon (\Delta K)^2 \end{aligned} \quad (28)$$

式中D为流变带长度。

此外, Rice^[76]根据能量平衡理论,假定 U^* 为产生新表面单位面积所需的临界滞后能,得出下列公式:

$$-\frac{da}{dN} = \frac{5\pi(1-\nu^2)}{96U^*E\sigma_y^2} (\Delta K)^4 \quad (29)$$

这一方程与Weertman^[63]和Bilby与Heald^[65]采用BCS分析方法所推导的公式(9)、(11)十分相近。

Mc Clintock^[77]考虑到在低循环疲劳试验中由于夹杂物的断裂导致疲劳裂纹的扩展,提出了以再生核模型为基础的解析方程:

$$-\frac{da}{dN} = \frac{7.5}{\rho E^2 \sigma_u^2 \epsilon_f^2} (\Delta K)^4 \quad (30)$$

式中 ρ 为结构尺寸(夹杂物间距); ϵ_f 为断裂时的真应变; σ_u 为材料的拉伸极限强度。

Ripling等^[78]总结了在实际合金的疲劳

裂纹扩展中的四种形式：即形成条纹，解理断裂，空洞集聚与晶间断裂，并提出一个描述非条纹扩展的数学表达式：

$$\frac{da}{dN} = A \left[\frac{(\Delta K)^4}{\sigma_1^2 (K_c^2 - K_{max}^2)} \right] \quad (31)$$

他们认为公式(31)表达了在接近断裂时平均应力对裂纹扩展速率的作用。

从上述一些由位错理论与连续力学发展起来的典型方程来看，从所采用的物理模型与解析途径可大体分为两大类型：

第一，采用了滑移、范性钝化等物理模型，直接分析裂纹尖端的应力状态和范性变形行为推导出的解析方程，其 K （或 ΔK ）一项的指数一般为2；

第二，考虑了在循环载荷下范性变形带来的累积损伤，采用能量平衡准则或再生核模型等来分析裂纹的扩展规律，所得到解析方程中 K （或 ΔK ）一项的指数一般为4。

3. 近期的裂纹扩展方程

上一节所列举的一些半经验式或解析式疲劳裂纹扩展方程，它们大部分都考虑了平均应力的作用和接近临界应力强度因子时裂纹的加速扩展状态，并考虑了一些材料性能，如 K_{Ic} 、 σ_u 、 σ_f 、 E 、 G 等的影响。但是一般未涉及到在极低应力水平下，当接近非扩展裂纹

的极限区域，即门坎值（图25）附近的材料裂纹扩展规律。此外，近期试验结果表明， $da/dN - \Delta K$ 关系可以近似地用一根“S”形的连续曲线表示，见图5。为此，近年来人们正致力于推导出一些解析式或半经验式方程来描述裂纹扩展的全过程，特别是接近门坎值阶段的材料的力学行为。

1) 一些半经验式扩展方程

为了描述疲劳裂纹扩展的全过程，Nicholsen^[79]提出一个较简单的方程：

$$\frac{da}{dN} = B \left\{ \frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{K_f - K} \right\}^n$$

显然，当 $\Delta K \rightarrow \Delta K_{th}$ 时 $da/dN \rightarrow 0$ ； $K \rightarrow K_f$ 时 $da/dN \rightarrow \infty$ 。因此，这一简单方程已成功地满足了 $da/dN - \Delta K$ 关系曲线两端的极限条件。

此后，Irving等^[19]考虑了门坎值效应并对Weertman方程(10)加以修正，曾试图以 $[(\Delta K)^2 - (\Delta K_{th})^2]$ 和 $K^2 [(\Delta K)^2 - (\Delta K_{th})^2]$ 来代替公式(10)中的 $(\Delta K)^4$ 一项并进行了试验对比，得到以下方程：

$$\frac{da}{dN} = \frac{A(\Delta K^2)[(\Delta K)^2 - (\Delta K_{th})^2]}{\sigma_y^2 (K_{Ic}^2 - K^2)} \quad (32)$$

公式(32)对于不同 σ_y 与 K_{Ic} 的回火马氏体钢En-24，在真空下的试验结果是相符的。

McEvily^[80]认为由于存在着I型（拉伸型）与II型（剪切型）裂纹扩展以及裂纹的闭合效应等，裂纹扩展往往是非连续性的，特别是在裂纹前缘存在着各种障碍物时，裂纹扩展机制较预料的要复杂得多。当考虑到静力拉伸型对裂纹张开位移的影响，提出了下列半经验方程：

$$\frac{da}{dN} = \frac{A}{\sigma_y E} (\Delta K - \Delta K_{(R)}) \left(1 + \frac{\Delta K}{K_c - K_{max}} \right) \quad (33)$$

$$\Delta K_{(R)} = \sqrt{\frac{1-R}{1+R}} \Delta K_{th(0)} \quad (34)$$

式中 $\Delta K_{th(0)}$ 为 $R=0$ 时的门坎值； A 为与材料及环境有关的常数。

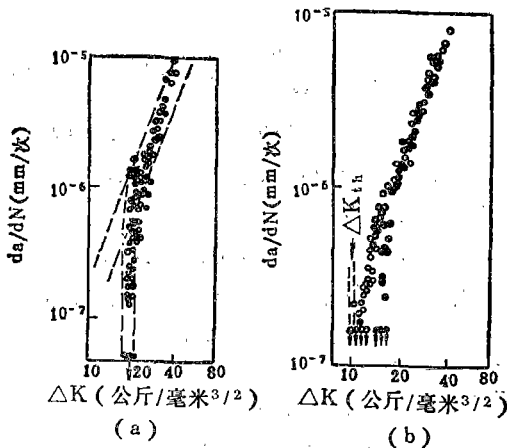


图 25 SAE9310钢(a)和SAE4340钢(b)的门坎值^[28]

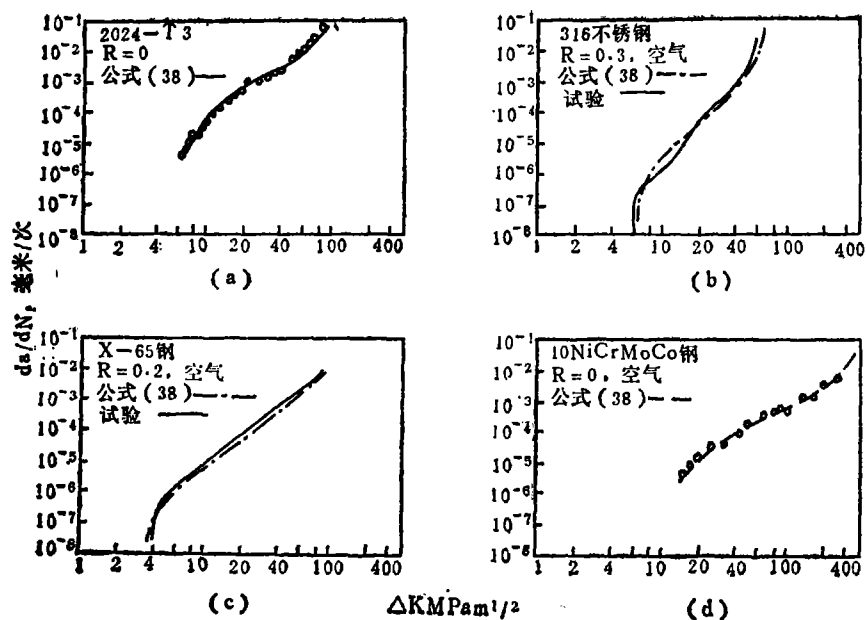


图 26 四种合金试验数据与公式(33) 计算曲线的比较^[80]

(a)2024-T3铝合金;
(b)316 不锈钢; (c)X-65 钢; (d)10 Ni Cr Mo Co 钢。

图26示出四种合金——2024-T3铝合金、316不锈钢、X-65与10NiCrMoCo钢——的试验数据和由公式(33)得出的计算值的比较，可以看出二者吻合得较好。

2) 几个裂纹扩展解析方程

近年来人们通过大量的探索研究曾推导出许多描述疲劳裂纹扩展的解析方程。以下仅列举几个典型的并取得一些试验验证的实例。

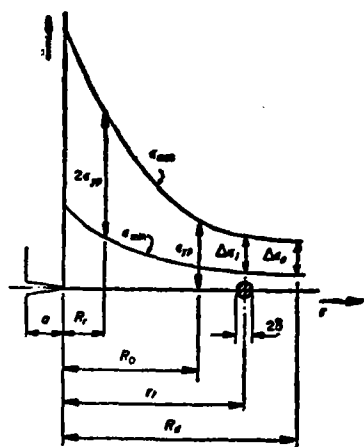


图 27 一个扩展中裂纹前方的应变分布示意图^[81]

(1) Duggan 方程: Duggan^[20, 81] 认

为一个实际构件中的应力集中点附近产生范性变形时，在此临界区附近仍存在着弹性应力场，因此利用线弹性断裂力学分析是适宜的。图27示出一个扩展裂纹前方的应变分布情况。

假设一个单元体 2δ ，距离裂纹尖端 γ_i 处的应变幅为 $\Delta\epsilon_i$ ，当裂纹向前扩展时，此单元体的平均应力与应变幅将不断增加。Duggan根据范性变形不可逆过程在裂纹尖端带来的累积损伤，并考虑了由于加载经历和门槛值的存在对裂纹扩展的抗力，得到下列解析方程：

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{\pi}{32} \right)^{1/2} \frac{1}{\alpha} \left\{ \sigma_y' E (K_c - K_{max})^2 \left[\left(1 + \frac{\Delta K_{th}}{K_c} \right) - \frac{\Delta K_I}{K_c} + \frac{\Delta K_m}{\Delta K_I} \right] \right\}^{1/\alpha} \Delta K^{2/\alpha} \quad (35)$$

在一般的情况下， $\Delta K_{th}/\Delta K_I$ 与 $\Delta K_{th}/K_c$ 的比值很小，上式可简化为：

$$\frac{da}{dN} = \frac{\pi}{32}^{1/2} \frac{1}{\alpha} \left\{ \sigma_y' E (K_c - K_{max})^2 \left[1 - \frac{\Delta K_I}{K_c} \right] \right\}^{1/\alpha} \Delta K^{2/\alpha} \quad (36)$$

对于大多数结构材料，当 $R=0$ 时， $\alpha = \frac{1}{2}$ ，

公式(36)可进一步简化为:

$$\frac{da}{dN} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{1}{\varepsilon_f E K_0} \right)^2 \Delta K^4 \quad (37)$$

公式(37)则相当于 ΔK 的指数为 4 的 Paris 公式。

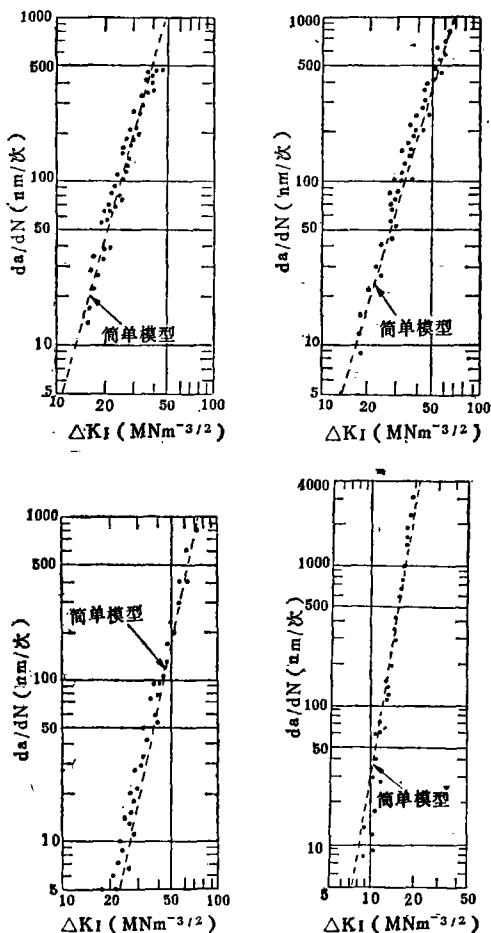


图 28 几种合金的 $da/dN-\Delta K_I$ 的变化曲线 [81]

左上一FV535钢; 右上一2S96D钢;
左下一INCO901; 右下一Ferrotic合金。

图28示出两种合金钢和两种高温合金的试验结果与由公式(36)计算出的理论曲线(虚线)的对比。可以看出由简化公式(36)估算的曲线与实际试验结果基本上是符合的。

(2) Schwalbe方程, Schwalbe [36]根

据应变准则提出了一个基本方程:

$$\frac{da}{dN} = \Delta W \left[\frac{2\sigma_y}{E\varepsilon_f} \right]^{1+n} \quad (38)$$

式中 ε_f 为断裂的真应变; ΔW 为循环载荷下的范性区。由于静力拉伸在平面应变状态下的范性区可用下式表示:

$$W = (1-2\mu)^2 \frac{K^2}{(1+n)\pi\sigma_y^2} \quad (39)$$

由于当 $R=0$ 时, 在循环载荷下的范性区 $\Delta W = W/4$, 公式(38)可以写为:

$$\frac{da}{dN} = \frac{(1-2\mu)^2}{(1+n)4\pi\sigma_y^2} \left[\frac{2\sigma_y}{E \cdot \varepsilon_f} \right]^{1+n} \Delta K^2 \quad (40)$$

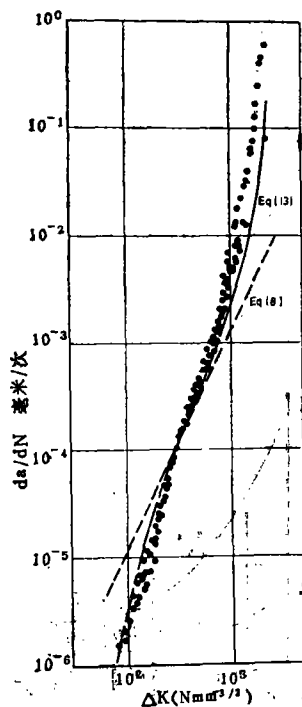


图 29 AlZnMgCu0.2合金的疲劳裂纹扩展实验数据与计算曲线的对比 [36]

为了满足当 $\Delta K \rightarrow \Delta K_{th}$ 时, $da/dN \rightarrow 0$ 这一条件, 必须对 ΔK 作如下修正:

$$\Delta K \rightarrow \Delta K - \Delta K_{th}$$

此外, 考虑到当 $K_{\max} \rightarrow K_c$ 时, $da/dN \rightarrow \infty$, 可采用类似 Forman 的修正系数 $[68] K_c / (K_c - K_{\max})$, 进行修正, 因此公式 (40) 可写为:

$$\frac{da}{dN} = \frac{(1-2\mu)^2}{(1+n)4\pi\sigma_y^2} \left[\frac{2\sigma_y}{E \cdot \epsilon_f} \right]^{1+n} \frac{(K_c - K_{th})^2}{K_c - K_{\max}} \quad (41)$$

图29示出AlZnMgCu0.5合金的试验数据与由公式(41)和(38)计算的曲线的对比情况。可以看出, 由公式(41)的计算曲线(实线)比由基本方程(38)的计算曲线(虚线)与试验数据的吻合程度要好得多。

(3) Weiss方程: Weiss^[82]根据无限宽板材中缺口尖端的几何形式(图30)推导出一个疲劳裂纹扩展公式:

$$\frac{da}{dN} = a \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_{FF}} \right)^{n+1} \frac{1}{2} - \frac{\rho^*}{2} \quad (42)$$

式中 σ_N 为最大净截面应力; σ_{FF} 接近于材料的拉伸极限强度 σ_u 或光滑疲劳极限 σ_e ; n 为材料的应变硬化指数; ρ^* 为 Neuber 常数, 表征裂纹的有效缺口半径 ($1 \sim 100 \mu m$)。

Lal与Weiss^[83]认为, 当考虑到对试样的几何形状进行修正时, 公式(42)可写为:

$$\frac{da}{dN} = a \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_{FF}} \right)^{n_F} \frac{1}{f(a/w)} - \frac{\rho^*}{2} \quad (43)$$

式中 W 为板材宽度; 加在 n 与 ρ^* 的角注“F”系指裂纹扩展阶段; 对于中心穿透裂纹的板材试样,

$$f(a/w) = \frac{1 - (2a/w)}{1 + 0.17a/w} \quad (44)$$

因此, 公式(43)可列为:

$$\ln \left[\frac{d \ln a}{dN} \cdot \frac{1}{f(a/w)} + \frac{\rho^*}{2a} \right] = \frac{n_F + 1}{n_F} (\ln \Delta \sigma_N - \ln \sigma_{FF}) \quad (45)$$

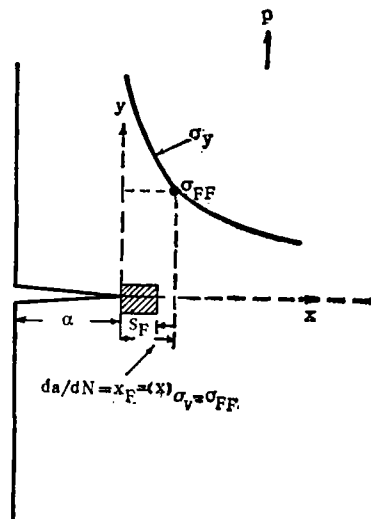


图 30 无限宽板材的缺口尖端的应力分布状态图^[83]

在 $\left[\frac{d \ln a}{dN} \cdot \frac{1}{f(a/w)} \right]$ 对 σ_N 的对数曲线(图

31a)中, 得出第I阶段为一光滑曲线, 第II阶段为一曲线, 上式 $\rho^* / 2a$ 一项可以忽略不计。图31b是将上述曲线转换为 $da/dN - \Delta K$ 曲线, 可以看出由公式(45)得出的计算曲线与实验数据是十分相符的。

(4) Chereponov 方程: Chereponov 与 Holmonov^[84]认为在空气中裂纹扩展速率可以看作是在真空中试验结果与氢脆作用相互叠加所造成的。他们根据氢脆机制提出:

$$\frac{da}{dN} = A F \left(\frac{K_{1t}^2}{K_{10}^2} \right) \quad (46)$$

式中 Δ 、 K_{10} 为常数; R_{1t} 为每一循环中拉伸应力强度因子的平均值, 可用下式表示:

$$K_{1t} = \frac{1}{T_w} \int_0^{T_w} (K_{1m} + K_{1a} \sin \omega T) dt \quad (47)$$

T_w 为每一循环拉伸载荷的作用时间; T 为每一个循环的时间 ($T_w = kt$, $0 \leq k \leq 1$); K_{1m} 与 K_{1a} 分别为应力强度因子的平均值与幅值。

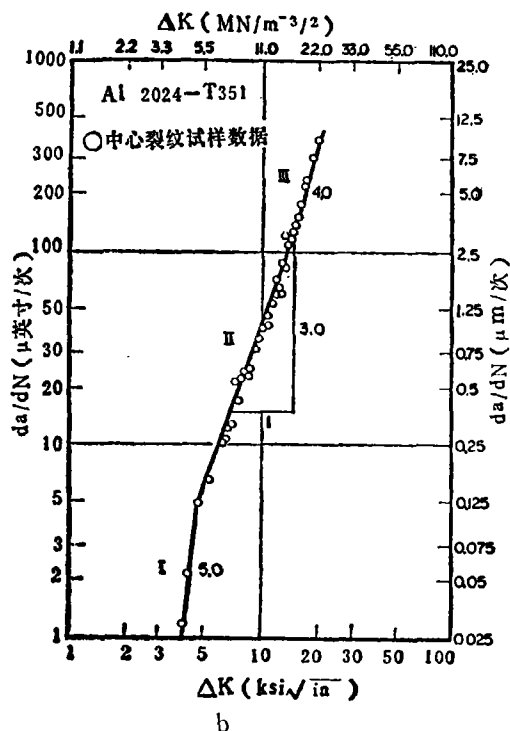
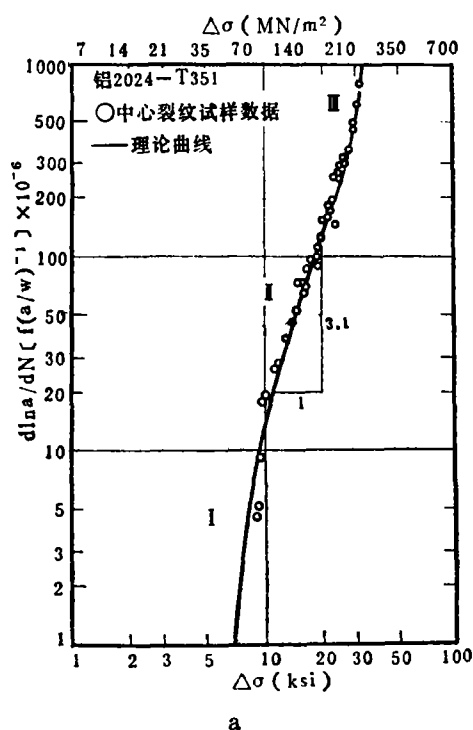


图 31 2024-T351 铝合金的疲劳裂纹扩展数据与计算曲线的对比 [83]

当 K_I 接近 K_0 时, 他们认为裂纹的扩展主要是由于裂纹前缘有限的范性形变所引起的, 即

$$\frac{da}{dN} = -\beta \left[\frac{K_{I_{max}}^2 - K_{I_{min}}^2}{K_{cI}^2} + \ln \frac{K_{cI}^2 - K_{max}^2}{K_{cI}^2 - K_{I_{min}}^2} \right] \quad (48)$$

式中 β 为常数; 公式 (48) 系材料在真空中 K_I 的变化公式, 根据叠加原理, 在大气中裂纹扩展速率应当是公式 (46) 与 (48) 的组合, 从而得到下列公式:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dN} = & AF \left(-\frac{K_{I_{max}}^2}{K_{I_0}^2} \right) \\ & -\beta \left[\frac{K_{I_{max}}^2 - K_{I_{min}}^2}{K_{cI}^2} + \ln \frac{K_{cI}^2 - K_{max}^2}{K_{cI}^2 - K_{I_{min}}^2} \right] \end{aligned} \quad (49)$$

式中 A 、 K_{I_0} 、 β 与 K_{cI} 为实验常数。两种合金钢在大气下和脉冲疲劳载荷下的试验结果与理论曲线的对比示于图 32。

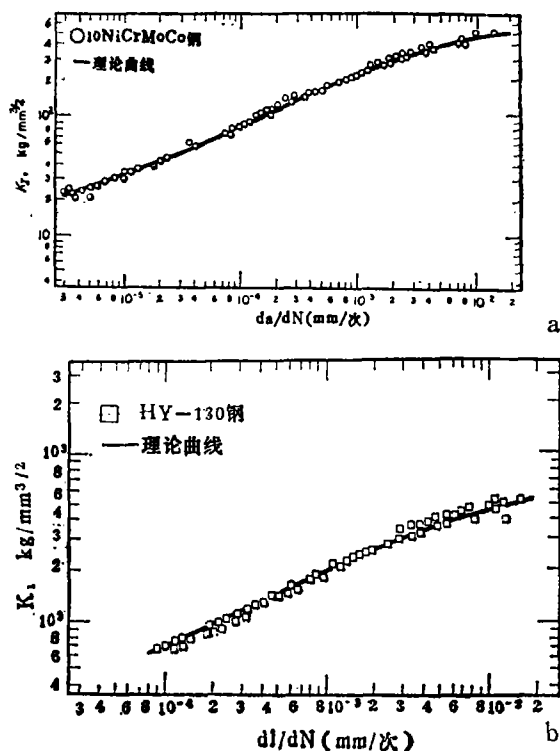


图 32 10NiCrMoCo 钢(a) 与 HY-130 钢(b) 的疲劳裂纹扩展的试验结果与理论曲线的对比 [84]

4. 小结

从以上列举的一些疲劳裂纹扩展方程来看, 它们都是以位错理论和连续力学为基础发展起来的。从推导的方法来划分, 可分为半经验式和解析式两大类。其中半经验方程大部分是由 Paris 公式和 Forman 公式引伸出来, 由于上述方程形式较简单, 在扩展中考虑了平均应力的影响, 也联系到一些材料的断裂性能, 在工程设计中得到较为普遍的采用。解析式方程的特点在于结合一些材料的基本性质, 如 E 、 G 、 σ_y 、 σ_n 等, 较为密切, 并根据采用不同的物理模型和解析途径, 方程中的 ΔK 或 K 的指数为 2 或 4, 目前在描述裂纹扩展的全过程方面也取得一些初步成果。

循环载荷下的裂纹扩展方程在其各发展阶段中使用 K 的函数关系 $f(K)$, 在 $da/dN-\Delta K$ 曲线的适用范围见表 4。

表 4 裂纹扩展方程的不同发展阶段的特点

	$f(K)$	适用范围		
		A 区	B 区	C 区
初期	$f(\Delta K)$		√	
发展期	$f\left(\frac{\Delta K}{K_c - K}\right)$		√	√
近期	$f\left(\frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{K_c - K}\right)$	√	√	√

× × × ×

(上接第34页)

4. 铝、镁合金零件鉴别

名称	基体	鉴别情况 (按元素含量多少排列)	确定牌号	与定量分析结果比较
传动盒壳体	Mg	Zn Ce Zr	RZ-5	一致
后减速机匣	Mg	Zn Th Zr Ce ↓	TZ-6	一致
后机匣	Mg	Zn Mn	GA-9	一致
主机匣	Mg	Zn Ce Zr	RZ-5	一致
风扇机匣	Al	Si Co Mg	A-S9KG	一致
风 扇	Al	Si Mg	A-S7G	一致

其 他

1. 采用试样迁移方法进行定性分析工作, 是我们在测绘需要中刚刚开展起来的, 但在定量分析方面还没有得到预期的效果, 有待今后在实践中摸索解决。

2. 对谱线的观察, 分析时要特别注意, 该元素线是否受其它元素干扰, 最好与已知元素

摄谱相结合判断更为确切。

3. 对铝镁合金, 要特别注意 Th、Ce、Zr 等元素。

4. 对铜合金仅作一次尝试, 只认为采用铜电极较为合适, 同时也能鉴别出 Pb、Zn、Al、Fe、Ni、Mn 等元素的大概情况, 由于数据不全, 故未进行比较。