

疲劳裂纹扩展速率 da/dN 数据处理方法的比较和误差分析

苏小燕 欧阳辉

一、前言

随着断裂力学在工程中日益广泛的应用, 需要为设计提供各种材料的疲劳裂纹扩展特性数据, 而在这一过程中, 许多因素都会引入变化和偏差, 使得最终的结果偏离了材料的真实裂纹扩展特性。例如: 试验条件之间的差异、环境介质、测量、以及不同的数据处理方法引起的误差等等。

本文着重于对目前常用的四种数据处理方法作一比较, 探讨它们在不同的裂纹测量间隔 Δa 上的变异及其可靠性。使我们在实际应用中可根据不同的情况, 选用最佳的方法。

二、数据处理方法概述

1. 普遍采用的数据处理过程

1) 获取原始数据: 通过试验采取直读法、电位法等测得在恒定载荷下, 裂纹扩展长度 a 及对应循环次数 N 的一系列数据对, 即 $a-N$ 曲线, 如图 1 所示。

2) 计算 da/dN 与 ΔK : 对 $a-N$ 曲线求导, 算出每点的 da/dN 值及与之对应的 ΔK 值, 如图 2 所示。由于求导方法不同, 必然会带来一定的误差。

3) 回归拟合: 将所得 da/dN 和 ΔK 选用一定的经验公式用最小二乘法拟合, 获得 da/dN 对 ΔK 的函数关系式。如 Paris 经验公式: $da/dN = C(\Delta K)^n$ (见图 3)。

4) 寿命估算: 采用所得关系式积分估算寿命。

$$\text{命。即: } N_f = \int_{a_0}^{a_f} \frac{dN}{da} da$$

N_f —恒幅疲劳裂纹扩展寿命;

a_0 —起始裂纹长度;

a_f —终止裂纹长度; 见图 4。

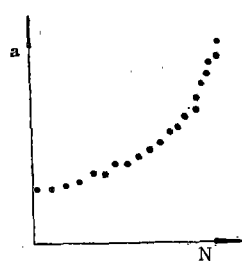


图 1 $a-N$ 曲线

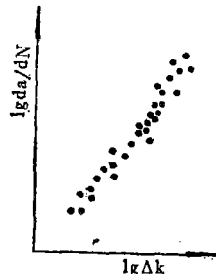


图 2 $lg da/dN - lg \Delta K$ 计算结果

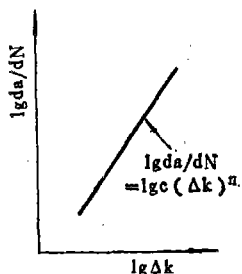


图 3 回归拟合结果

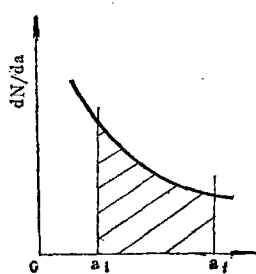


图 4 寿命估算示意图

2. 不同数据处理方法的比较过程

在上述过程中, 影响 da/dN 的因素是很多的。为了将数据处理方法这一因素从其它因素中分隔出来, 我们采用 Clark 和 Hudak 提出的方法。

首先假定一个裂纹扩展公式, 例如: da/dN

$=C_0(\Delta K)^n$ 。作为准确值, 然后据此每隔一定的裂纹长度 Δa 积分, 求得理论裂纹扩展长度 a 和循环次数 N 。然后, 模拟试验中的测量精度, 在裂纹扩展长度 a 的一些点上随机选取偏差, 以这样获得的 a 和 N 值作为原始数据, 再由上述常用方法经由第1)、2)、3)步, 得到 $da/dN=C(\Delta K)^n$ 的关系式, 以此和最初所设之准确值 $da/dN=C_0(\Delta K)^n$ 加以比较。

这样, 前后的变化就排除了试验条件不同等影响因素。

三、四种数据处理方法的比较

1. 计算参数的选择

选用ASTM: E647-78T规定的试件尺寸并结合适当材料选择计算参数, 如表1。

表 1

试样类型	材 料	测量间隔 Δa 毫米	测量精度 r 毫米	裂纹扩展量 毫米	试样宽度 w 毫米	试样厚度 B 毫米	σ_{ys} 公斤/毫米 ²	K_{IC} 公斤/毫米 ^{3/2}	载 荷 公斤
CT	30CrMnSiNi2A	0.4	0.1, 0.05	24~50	80	20	140	250	$P_{max}=2000$
		0.7							
		1.5 2	0.1, 0.25						$P_{min}=200$
CCT	LY12	1	0.1, 0.25	20~60	300	4	36	314	$P_{max}=12000$
		3		20~100					
		6							$P_{min}=1200$

2. 标准常数的选择

结合考虑实际情况, 选择了比较的标准, 对CT试样, 选用Paris公式:

$$\frac{da}{dN} = C_0(\Delta K)^{n_0}; C_0 = 8 \times 10^{-10}; n_0 = 2.25.$$

对CCT试样, 采用Forman公式:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_0(\Delta K)^{m_0}}{(1-R)K_c - \Delta K}; C_0 = 4 \times 10^{-8}; m_0 = 3.25.$$

3. 数据处理方法

采用国内外目前常用四种方法进行比较

1) 割线法: $\frac{da}{dN_{\bar{a}_i}} = \frac{a_{i+1} - a_i}{N_{i+1} - N_i};$

$$\bar{a}_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2} \text{ 并用 } \bar{a}_i \text{ 计算 } \Delta K.$$

2) 七点递增多项式法:

$$\text{按 } a_i = b_0 + b_1 \left(\frac{N_i - C_1}{C_2} \right) + b_2 \left(\frac{N_i - C_1}{C_2} \right)^2$$

逐次用七点原始数据回归拟合, 再对上式求得: $da/dN = b_1/C_2 + 2b_2(N_i - C_1)/C_2^2$, 其中: $C_1 = \frac{1}{2}(N_{i-3} + N_{i+3})$, $C_2 = \frac{1}{2}(N_{i+3} - N_{i-3})$

3) 切贝舍夫多项式法: 用原始数据求出一条光滑的Spline函数曲线, 再由此曲线上取值, 得到符合切贝舍夫多项式离散正交性之点, 进行回归拟合为五点递增,

$$Q_m(x) = \sum_{j=1}^m a_j T_j(x)$$

拟合后再回到最初区间, 求导得到 da/dN

4) 差分法:

$$\frac{da}{dN_i} = \frac{1}{hA_2} \left[-a_{i+2} \frac{A_3}{B_0} + a_{i+1} \left(\frac{1}{A_0} + \frac{A_3 B_2}{B_0} \right) + \left(\frac{A_3 B_1}{B_0} - \frac{A_1}{C_0} \right) + a_{i-1} \left(\frac{A_1 C_2}{C_0} - \frac{1}{A_0} \right) + a_{i-2} \frac{A_1 C_1}{C_0} \right]$$

采用五点计算中间一点之 da/dN , 其中:

$$A_0 = (\alpha + 1)/6\alpha, A_1 = \alpha(2 - \alpha), A_2 = (\alpha + 1)^2, \\ A_3 = 2\alpha - 1, B_0 = \alpha\beta(1 + \beta), B_1 = \beta^2, \\ B_2 = 1 - \beta^2, C_0 = 1 + \gamma, C_1 = \gamma^2, C_2 = 1 - \gamma^2, \\ h/\gamma = N_{i-1} - N_{i-2}, h = N_i - N_{i-1}, \\ \alpha h = N_{i+1} - N_i, \beta \alpha h = N_{i+2} - N_{i+1}$$

4. 比较结果的说明

采用上述四种方法之计算结果将在本文第四部分列出, 这里简要说明一下:

例: 采用Paris公式对CT试样的拟合结果:

$$\Delta a = 0.7 \text{ 毫米} \quad C = 7.52 \times 10^{-10}$$

$$VF = 1.11 \quad r = 0.1 \text{ 毫米} \quad n = 2.27$$

$$VF^* = 1.12$$

其中VF、VF*为变化系数, 其含义如下:

由于按一定处理方法所得之 da/dN 值为随机变量, 它相对于回归关系式存在偏差, 即:

$$da/dN_i = C(\Delta K_i)^n \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \text{ 为随机偏差, 符合对数正态分布。见图5a}$$

所以可用正态分布理论, 标准偏差为:

$$\sigma = \left(\frac{\sum \left(\ln \frac{da}{dN_i} - \ln \frac{\hat{da}}{dN_i} \right)^2}{Z-2} \right)^{\frac{1}{2}} \\ = \left(\frac{\sum (\ln \varepsilon_i)^2}{Z-2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

da/dN_i : 用任一处理方法所得对应于一定 ΔK_i 的 da/dN 值。

\hat{da}/dN_i : 相应 ΔK_i 下, 根据最小二乘法回归关系式计算之 da/dN 值

Z: 观测点数

所以在 $\pm 2\sigma$ 范围内, 95%的 $\ln \varepsilon_i$ 将落在其中, 这一范围也就是95%的 da/dN 的概率分散带。见图5b。

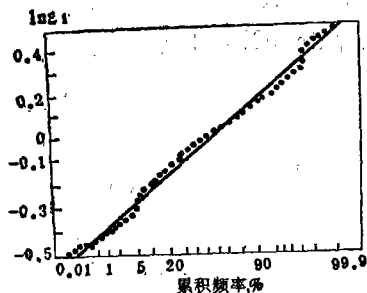
$$\text{而 } 4\sigma = \ln \frac{da}{dN_{\max}} - \ln \frac{da}{dN_{\min}}$$

$$\text{则 } VF = e^{4\sigma} = \frac{da}{dN_{\max}} / \frac{da}{dN_{\min}}$$

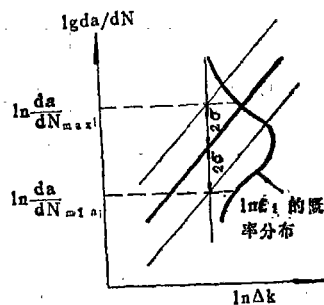
VF即为数据处理分散性大小之量度。VF

相对于回归拟合直线 $\lg \frac{da}{dN} - \lg \Delta K$, 而

VF*相对于假设基准直线。还需注意, 经过大量统计分析, 在E647 78T方法中规定, 仅当 $VF \leq 2$ 时, 数据方可采用。



a $\ln \varepsilon_i$ 的累计分布



b $\ln \varepsilon_i$ 相对回归线之分布

图 5

四、结果讨论

1. 四种数据处理方法所得结果及误差分析

1) 割线法: 比较结果见表 2

(1) VF、VF*在各个 Δa 及 r 上数值比较接近, $VF > 2$ 的出现率为 $7/14 = 1/2$, 即分散度较大。在较高精度等级上, 除CT试样 $\Delta a = 0.4$ 毫米外, 其它间隔下VF均 < 2 。

(2) 对CT试样, 所有间隔在同一测量精度 $r = 0.1$ 毫米时, 随着间隔的增大而接近原设之 C_0 、 n 值, 对CCT试样同样也有此趋势。

为什么在较大的间隔上, 拟合精度反而提高呢? 由于导数值由下式计算:

表 2

CT $C_0=8 \times 10^{-10}$ $n_0=2.25$						CCT $C_0=4 \times 10^{-8}$ $m_0=3.25$					
Δa	r	$C \times 10^{-10}$	n	VF	VF*	Δa	r	$C \times 10^{-8}$	m	VF	VF*
2	0.1	8.58	2.233	1.34	1.34	1	0.1	4.43	3.226	1.61	1.61
2	0.25	9.22	2.213	2.12	2.14	1	0.25	6.24	3.143	3.37	3.50
1.5	0.1	7.01	2.279	1.44	1.44	3	0.1	4.11	3.244	2.00	2.01
1.5	0.25	5.74	2.320	2.62	2.64	3	0.25	4.35	3.240	1.69	1.63
0.7	0.05	7.70	2.258	1.50	1.50	6	0.1	3.83	3.257	1.10	1.11
0.7	0.1	6.93	2.279	2.09	2.09	6	0.25	3.73	3.262	1.66	1.65
0.4	0.05	8.21	2.240	2.11	2.12						
0.4	0.1	9.11	2.209	3.84	3.91						

$$\frac{da}{dN_i} = \frac{a_{i+1} - a_i}{N_{i+1} - N_i}, \text{ 用两点之间的裂纹}$$

长度之差除以循环次数之差。实则为 $\Delta a / \Delta N$ ，即平均扩展速率。这样，a 的测量精度对计算就带来很大影响。当两个具有相等偏差的测点之间间隔不同时，除以较大的间隔，则使误差在

整个区间上得到缓解，即相对于每一循环次数的相对误差减小，反之除以较小的间隔，相当于相对误差的增大。

当然， Δa 应在标准方法规定范围之内。

2) 七点递增多项式法：结果见表 3。

表 3

CT $C_0=8 \times 10^{-10}$ $n_0=2.25$						CCT $C_0=4 \times 10^{-8}$ $m_0=3.25$					
Δa	r	$C \times 10^{-10}$	N	VF	VF*	Δa	r	$C \times 10^{-8}$	M	VF	VF*
2	0.1	5.70	2.338	1.05	1.32	1	0.1	3.98	3.252	1.08	1.09
2	0.25	4.77	2.377	1.13	1.35	1	0.25	3.64	3.272	1.21	1.21
1.5	0.1	7.34	2.227	1.06	1.21	3	0.1	3.32	3.288	1.07	1.26
1.5	0.25	8.21	2.252	1.16	1.24	3	0.25	3.75	3.273	1.08	1.27
0.7	0.05	7.88	2.255	1.06	1.07	6	0.1	2.83	3.337	1.04	1.49
0.7	0.1	7.52	2.266	1.11	1.11	6	0.25	2.61	3.354	1.05	1.50
0.4	0.05	7.96	2.252	1.07	1.06						
0.4	0.1	7.96	2.252	1.20	1.20						

(1) VF、VF* 值全部 < 2 ，说明分散度低，并且随着 Δa 的降低，拟合准确度显著提高，随之 VF、VF* 接近相等。而 Δa 增大，VF、VF* 差距加大，说明引入了一定系统误差。

(2) 该方法对间隔 Δa 很敏感，随着 Δa 的降低，无论 CT 和 CCT 试样，均逼近真实 C_0 、 n_0 、 m_0 值。均在最小间隔 $\Delta a = 0.4$ 毫米 (CT) 及 $\Delta a = 1$ 毫米 (CCT) 时达到最佳拟合。随着 Δa 的增大，则产生了 C 值步步降低， n 值步步

增高的误差。

本方法的第一个特点是由于它所拟合的曲线是单调上升的二次函数，导数值较平稳，跳动少。这样不直接采用测量值计算 da/dN 则在一定程度上消除了测量误差，使 VF 值较小分散度低。

第二个特点是由于本方法利用逐次递增的七点拟合一条光滑的二次曲线，并由此曲线上求导中间一点的 da/dN 值。不同于割线法直接用观测值计算。由于导数是函数局部的性质，间

隔太大, 跨越相隔较远的七点求得中间一点导数的误差就会比小间隔七点拟合求导的误差要大, 反之, 小间隔跨越总区间变小, 则更符合导数为函数的局部性质这一原则, 使准确度提高。

3) 切贝舍夫多项式法: 结果见表4。

(1) VF值越出2的3/14, 低于割线法, 对CT试样, VF、VF*值接近, 对CCT试样则呈现较大差距。例如当 $\Delta a=3$ 、6毫米时。

(2) 对CT试样拟合较好, 对 Δa 不像上述两法那样敏感, 例: 当 $\Delta a=0.4$ 及 $\Delta a=2$ 时, 拟合的准确程度都较接近, 在整个 Δa 区间上并无一定的变化趋势。对CCT试样, 在 $\Delta a=3$ 、6毫米时, 拟合常数距离准确值呈现显著误差。并随 Δa 的增大而更为明显。对此尚待进一步探讨。

4) 差分法: 结果见表5。

表 4

CT $C_0=8 \times 10^{-10}$ $n_0=2.25$						CCT $C_0=4 \times 10^{-8}$ $m_0=3.25$					
Δa	r	$C \times 10^{-10}$	n	VF	VF*	Δa	r	$C \times 10^{-8}$	m	VF	VF*
2	0.1	7.63	2.26	1.19	1.19	1	0.1	3.77	3.261	1.03	1.03
2	0.25	7.87	2.25	1.58	1.59	1	0.25	3.58	3.265	2.97	3.00
1.5	0.1	6.68	2.29	1.28	1.29	3	0.1	19.68	2.909	1.65	2.10
1.5	0.25	5.26	2.34	1.87	1.88	3	0.25	20.97	2.896	1.74	2.24
0.7	0.05	7.52	2.26	1.37	1.37	6	0.1	22.86	2.89	1.50	1.97
0.4	0.1	6.44	2.30	1.70	1.70	6	0.25	21.55	2.90	1.53	1.98
0.4	0.05	8.06	2.25	3.61	3.63						
0.4	0.1	8.23	2.24	2.58	2.60						

表 5

CT $C_0=8 \times 10^{-10}$ $n_0=2.25$						CCT $C_0=4 \times 10^{-8}$ $m_0=3.25$					
Δa	r	$C \times 10^{-10}$	n	VF	VF*	Δa	r	$C \times 10^{-8}$	m	VF	VF*
2	0.1	9.08	2.22	1.28	1.28	1	0.1	3.46	3.28	1.56	1.56
2	0.25	10.74	2.18	1.88	1.90	1	0.25	3.09	3.30	3.18	3.23
1.5	0.1	9.89	2.20	1.34	1.35	3	0.1	3.67	3.27	1.19	1.19
1.5	0.25	13.52	2.12	2.21	2.27	3	0.25	3.16	3.30	1.55	1.56
0.7	0.05	7.51	2.26	1.43	1.44	6	0.1	3.69	3.26	1.10	1.12
0.7	0.1	6.51	2.29	1.90	1.92	6	0.25	3.14	3.30	1.25	1.28
0.4	0.05	7.10	2.27	1.85	1.86						
0.4	0.1	6.43	2.29	3.08	3.12						

(1) VF、VF* >2 的占3/14, 且在每一 Δa 上, 两值相近。说明对拟合曲线及标准曲线之分散度相近。

(2) 对CT试样, 大间隔引入误差较大, 对CCT试样普遍引起C值的降低, n值的提高, 因而不论在较大的 Δa 及较小的 Δa 上并没有得到很接近“真值”的结果。

2. 不同方法在同一 Δa 及r之下比较

1) 在大的测量间隔上, 结果见表6。

割线法显示无论对CT及CCT均有较好的拟合, 且 $VF < 2$ 。即为前述相对误差降低之故。而其余各法, 分别用五点和七点计算, 随着 Δa 增大, 计算范围过大, 而不符合导数是函数的局部性质这一概念。由此看来, 对于割线法,

Δa 也应当限制于一定的范围之内, 不宜过大。

2) 在小的测量间隔上: 结果见表7。

从表7看出, 显然七点递增法在小间隔上

具有良好的拟合, 且VF、VF*近于相等并 <2 。

其它几种方法拟合欠佳, 且对CT试样, VF、VF*均越出了2倍的范围。

表6 $C_0=8 \times 10^{-10}$ $n_0=2.25$ $C_0=4 \times 10^{-8}$ $m_0=3.25$

方 法	CT $\Delta a=2$ $r=0.1$				CCT $\Delta a=6$ $r=0.1$			
	$C \times 10^{-10}$	n	VF	VF*	$C \times 10^{-8}$	m	VF	VF*
割 线 法	8.58	2.23	1.34	1.34	3.83	3.258	1.10	1.11
七点递增法	5.70	2.34	1.05	1.32	2.89	3.337	1.04	1.50
切贝舍夫多项式	7.63	2.26	1.19	1.19	22.8	2.987	1.50	1.97
差 分 法	9.08	2.22	1.28	1.28	3.69	3.263	1.10	1.12

表7 $C_0=8 \times 10^{-10}$ $n_0=2.25$ $C_0=4 \times 10^{-8}$ $m_0=3.25$

方 法	CT $\Delta a=0.4$ $r=0.1$				CCT $\Delta a=1$ $r=0.1$			
	$C \times 10^{-10}$	n	VF	VF*	$C \times 10^{-8}$	m	VF	VF*
割 线 法	9.11	2.21	3.84	3.91	4.43	3.23	1.61	1.61
七点递增法	7.96	2.25	1.20	1.20	3.98	3.25	1.08	1.09
切贝舍夫多项式	8.23	2.24	2.58	2.60	3.77	3.26	1.03	1.03
差 分 法	6.43	2.29	3.08	3.12	3.45	3.28	1.56	1.56

五、结 论

综上所述, 这四种不同的数据处理方法, 对不同的 Δa 也就是相同裂纹长度上不同的测点数所带来的影响和引入的变化是比较明显的。因而对美国ASTM E647 78T所推荐的两种处理方法在使用中必须充分估计到其变异性。其中:

1. 七点递增法对 Δa 的敏感性和准确性

在同样裂纹扩展长度上, 随着间隔的增大而使C值降低、n值步步提高而引入误差, 随之VF、VF*差距加大。但是, 这种方法在较小的 Δa 上具有良好的拟合特性, 并且可使数据平稳, 相对最终拟合值的95%的 da/dN 的概率区间分散度最低。

2. 割线法的拟合分散性和准确性

在一定裂纹扩展长度上、同样精度等级下, 较大间隔拟合准确性反而提高。但此法往往可引入较大的分散度。特别当测量精度偏低时尤为显著。

由于这两种方法的特点, 如前所述是由于它们自身的性质而引起的, 因而并非一种偶然的现象。对这几种方法的特点及可能引入的变异, 在处理数据时必须加以考虑, 并根据试验情况选择最佳方法。

以上就是我们对数据处理方法的初步比较及分析, 其中关于随机偏差点的选择及宽范围扩展上的数据处理问题尚待进一步研究。

☆ ☆ ☆ ☆

定向凝固技术和定向高温合金通过鉴定

三机部于1981.5.25~6.2在沪召开了定向凝固技术和DZ-3、DZ-5、DZ-9、DZ17G等四种定向高温合金的技术鉴定会。共有30余单位的80多名代表出席了会议。

会议期间有关单位做了定向凝固技术的研究报告, 宣读了10余篇论文, 进行了广泛的技术交流。三机部情报所介绍了国外定向凝固技术和定向凝固高温合金的研制发展动向。

会议认为: 我们对定向凝固技术的研究和掌握已接近世界先进水平, 自行研制的四种定向凝固高温合金和几种定向凝固燃气涡轮叶片, 可根据要求投入批生产。代表们一致通过了会议记要和对定向凝固技术及四种定向凝固高温合金的鉴定。 (李云盛)