

利用da/dN实验数据确定K_{IC}的方法探讨

钢铁研究总院 吴国发 汪德根 吴宝榕

清华大学 石纯一

摘 要

本文提出了确定K_{IC}的一种数学方法——有理函数渐近法,不做测K_{IC}的实验,而是利用疲劳裂纹扩展速率da/dN第三阶段数据,经过适当处理后用有理函数 $y=(A+Bx)/(C+Dx)$ 进行固定端点的拟合;再根据此有理函数的渐近线与x轴的交点来确定K_{IC}值。用三种材料的实验数据进行了验证,结果表明,用有理函数渐近法确定K_{IC}的精度较高。

金属材料平面应变断裂韧度K_{IC}值一般都是通过试验测定的。国内外都颁布了测定K_{IC}的试验标准。按试验标准测定的K_{IC}是很可靠的,但试验比较麻烦,要花费较多的人力和物力。我们探讨了一种方法,即不做测K_{IC}的实验,而利用疲劳裂纹扩展速率da/dN第三阶段的数据,用数学方法求出K_{IC}。

一、实验数据的数学处理

疲劳裂纹扩展速率曲线,即双对数坐标系中的 ΔK -da/dN曲线,一般分为三个阶段。若有效的da/dN实验数据包含第一阶段和第三阶段的数据,则按照文献〔1〕、〔2〕给出的方法可求出两个阶段的两个转折点,从而确定第三阶段的点数 π ,且 $\pi \geq 2$ 。若 $m=2$,为便于求K_{IC},不妨令 $m=3$,即把倒数第三点当作第三阶段的点。于是,疲劳裂纹扩展第三阶段的数据可写为

$$(\Delta K)_i, (da/dN)_i, i=1, 2, \dots, m (m \geq 3) \quad (1)$$

作变换

$$x = \lg(\Delta K), y = \lg(da/dN) \quad (2)$$

(1)式变换为

$$x_i, y_i, i=1, 2, \dots, m \quad (3)$$

断裂点即 (x_m, y_m) 在我们的数学方法中是最重要的数据点,应是相当准确的。我们先对最后三点作如下的平滑处理:用指数函数

$$y = \exp(\beta_0 + \beta_1 x) - 8 \quad (4)$$

拟合最后三点数据。上式右端减8是因为 y_i 往往

小于0。取 y_i 的回归值 \hat{y}_i ($j=m-2, m-1, \pi$)作为我们后面所用的数据。后面把 \hat{y}_i 仍记为 y_i ,全部数据仍按(3)式记。

二、用有理函数渐近法确定K_{IC}

有理函数

$$y = \frac{A+Bx}{C+Dx} \quad (5)$$

当行列式

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = AD - BC > 0$$

时,其曲线如图1所示。曲线有两支,上面的一支类似于疲劳裂纹扩展第三阶段曲线。当第三阶段曲线是凹曲线时,用(5)式拟合得到的数据必然是图1中上面一支曲线。

因此,我们考虑用有理函数(5)式拟合(3)式后,再根据曲线的渐近线

$$x = x_c = -\frac{C}{D} \quad (6)$$

与x轴的交点位置来确定K_{IC}。

由于断裂点的 ΔK 与K_{IC}关系密切,所以要求曲线(5)式通过点 (x_m, y_m) ,并令

$$Y = \frac{x - x_m}{y - y_m} \quad (7)$$

于是有

$$Y = C + Dx \quad (8)$$

而

$$A = Cy_m - x_m, B = 1 + Dy_m \quad (9)$$

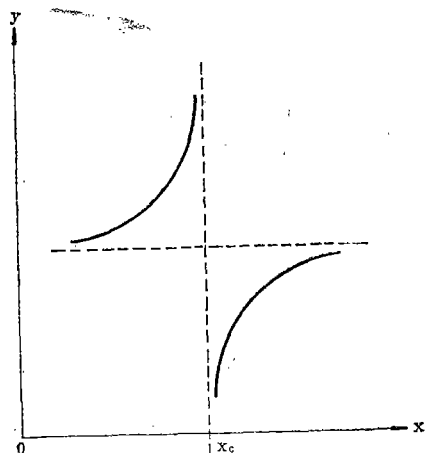


图 1 有理函数 $y = (A + Bx) / (C + Dx)$ 的曲线

根据 (7) 式, 数据 (3) 变换为

$$x_i, Y_i, i=1, 2, \dots, m-1 \quad (10)$$

最后一点数据已用, 故数据 (10) 无 x_m, Y_m 。用 (8) 式拟合 (10) 式, 求出 C、D 的无偏估计, 再按 (6) 式计算 x_c ; 然后根据 (2) 式得到

$$\Delta K_c = 10^{10} \quad (11)$$

设应力比为 R, 则由 $\Delta K = (1 - R) K_{m-1}$ 得

$$K_c = \Delta K_c / (1 - R) \quad (12)$$

必须指出, 按 (10) 式算出的 K_c 并不等于 K_{Ic} , 而是比 K_{Ic} 小一些。文献 [3, 4] 认为, 材料在疲劳过程中, 周期性应力会使断裂韧性 K_{Ic} 的值下降。文献 [3] 还得出疲劳加载 1000

周次 K_{Ic} 下降了 20% 的结果。按 (10) 式计算出的 K_c 可以看成是材料在疲劳载荷下断裂的断裂韧性, 它小于材料的静载荷断裂韧性 K_{Ic} 。根据三种材料的 K_{Ic} 实验测定值与按 (12) 式的计算值比较, 发现 K_c 与 K_{Ic} 有如下近似关系:

$$K_c / K_{Ic} = 70\%$$

这可以认为疲劳断裂时 K_{Ic} 下降了 30%。由上式得到

$$K_{Ic} = 1.429 K_c \quad (13)$$

此式仅当测 da/dN 的试样厚度在测 K_{Ic} 的试样厚度范围内时才适用。此式的普遍性有待于很多种材料的数据来验证。

我们用三种材料的数据进行验证。三种材料分别是: 7075-T7351 铝合金, 取自文献 [5]; 5456-H117 铝合金, 取自文献 [6]; 645-III 钢, 由我院力学室和金属物理室提供。经过数学处理, 按文献 [2] 中提出的方法求出转折点, 得到第三阶段的数据。三种材料疲劳裂纹扩展第三阶段的数据见表 1~3。

表 1 7075-T7351 铝合金裂纹扩展第三阶段数据

ΔK	855.40	884.21	914.70	944.99	1298.00
da/dN	1.0779	1.4157	2.4997	2.9979	6.4261

表 2 5456-H117 铝合金裂纹扩展第三阶段数据

ΔK	389.22	395.13	425.36	443.09	451.43	467.41	495.91	507.73
da/dN	0.03708	0.03528	0.04495	0.05334	0.06005	0.05918	0.07366	0.10244

表 3 645-III 钢裂纹扩展第三阶段数据

ΔK	3494.88	3508.89	3530.06	3534.27	3536.92	3547.70	3548.68
da/dN	0.8162	1.1723	1.0318	1.1913	8.6474	0.9986	0.9711
ΔK	3569.55	3590.13	3609.05	3615.32	3635.11	3689.11	
da/dN	1.2554	1.2554	4.2706	1.1223	4.2706	1.1223	

注: (1) ΔK 的单位是 $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, da/dN 的单位是 $1 \times 10^{-2} \text{mm/cycle}$ 。

(2) 表 2 是两个试样的实验数据, 表 3 是多个试样的实验数据。

为了找出精度较高的方法, 还可利用另外两种方法确定 K_{Ic} 。

1. 双曲线渐近法

在 ΔK 、 da/dN 坐标系中作适当变换, 并对坐标轴进行平移, 得到 t 、 z 坐标系; 再过最后两点作双曲线

$$z=r/t \quad (14)$$

然后用第2节中类似的方法计算 K_{Ic} , 详见文献〔7〕。

2. Forman模型渐近法

用Forman模型

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^n}{(1-R)K_{Ic} - \Delta K} \quad (15)$$

拟合数据(1); 由于 C 、 n 和 K_{Ic} 都是未知数, 故必须解非线性最小二乘问题来算出 K_{Ic} 等。然后按(13)式计算 K_{Ic} 。

有理函数渐近法与方法1、方法2的对比见表4。

由表4可以看出, 对于三种材料, K_{Ic} 的计算值与实测值的相对误差绝对值都小于10%的方法是有理函数渐近法。这说明用有理函数渐近法确定 K_{Ic} 的精度较高。

另外, 模型(8)拟合三种数据时的置信水平依次是0.984667, 0.999752, 0.999856。这说明用有理函数(5)式拟合疲劳裂纹扩展速率第三阶段数据(3)是适用的。

表4 确定 K_{Ic} 的有理函数渐近法与其它方法的对比

方 法	7075-T7351铝合金		5456-H117铝合金		645-Ⅲ钢	
	K_{Ic} 值	相对误差	K_{Ic} 值	相对误差	K_{Ic} 值	相对误差
实验测定	2352.7	—	1668.1	—	5838.3	—
有理函数渐近法	2579.9	-0.0965	1539.3	0.0772	5809.4	0.0049
双曲线渐近法	3514.8	-0.4939	1643.2	0.0149	6679.8	-0.1441
Forman模型法	3401.2	-0.4457	1587.1	0.0485	5955.3	-0.0200

注: K_{Ic} 的单位是 $MPa\sqrt{m}$ 。

三、结束语

疲劳裂纹扩展速率曲线第三阶段的性态与平面应变断裂韧性 K_{Ic} 的值有关。疲劳试样断裂时的应力强度因子 K_c 与 K_{Ic} 存在着一定的关系。据此我们提出利用疲劳裂纹扩展速率 da/dN 第三阶段数据, 用有理函数渐近法确定 K_{Ic} 。这是一种尝试, 其普遍性有待于用多种材料的数据验证。另外, 有些试样的 da/dN 第三阶段实测数据是无效的, 即其疲劳裂纹扩展速率实验曲线无第三阶段。这时, 本方法不能应用。

用本方法确定 K_{Ic} 的FORTRAN77程序见文献〔8〕。

参 考 文 献

〔1〕 吴国发, 卓兵, 《确定疲劳裂纹扩展速率曲线转折点的数学方法》, 钢铁研究总院学报, 5

(1985), 1, PP.119~124。

- 〔2〕 吴国发, 卓兵, 《确定疲劳裂纹扩展速率曲线转折点的计算机程序》, 钢铁研究总院学报, 6(1986), 2, PP.101~106。
- 〔3〕 Tiffang, F.C., Masters, N.J., ASTM STP 381(1965), PP.249~277。
- 〔4〕 魏文光, 《金属的力学性能测试》, 科学出版社, (1980), PP.219~220。
- 〔5〕 Fedderson, C.E., Hyler, W.S., AD 714019, (1970)。
- 〔6〕 Chu, H.P., ASTM STP 559(1974), PP.245~263。
- 〔7〕 吴国发, 《疲劳裂纹扩展全过程的数学模型及其计算机程序系统》, 硕士学位论文, (1983), 清华大学计算机系。
- 〔8〕 吴国发, 石纯一, 吴宝榕, 汪德根, 《确定 K_{Ic} 的计算机程序》, 钢铁研究总院第六届学术年会论文, (1986)。