

# TC4钛合金旋转弯曲疲劳数据的回归分析

鞠静敏 陆盘金

## 摘要

本文采用回归分析方法,从所选取的三种数学模型中,确定出拟合TC4钛合金旋转弯曲疲劳数据的“最佳”回归方程。

疲劳性能是钛合金主要的应用性能之一,往往用S-N曲线来描绘。S-N曲线拟合疲劳试验数据的密切程度,不仅涉及到对合金疲劳性能的评定,而且明显地影响其估计精度。因此,选择合适的疲劳数学模型是十分重要的。本文选取三种数学模型,对TC4合金A、B两种热处理状态的室温光滑高周旋转弯曲疲劳数据进行回归分析,根据相应的回归方程绘制S-N曲线,并从中初步确定出对TC4钛合金旋转弯曲疲劳性能较适宜的数学模型。

## 一、数学模型的选择和分析

根据通常的S-N曲线可知,试验最大应力与试样断裂循环次数之间呈非线性关系,随着试验最大应力值的降低,断裂循环次数不断增加,在达到一定的断裂循环次数时,试验最大应力值被确定为材料的疲劳强度极限。

### 1. 数学模型 I

模型 I<sup>[1]</sup>所确定的试验最大应力 $\sigma$ 与断裂循环次数N之间的关系为:

$$\sigma = \sigma_D + \frac{\sigma_b - \sigma_D}{e^{(\log N / \alpha)}} \quad (1)$$

式中 $\sigma_b$ 为所研究合金的室温拉伸强度; $\sigma_D$ 为疲劳强度极限(取 $N=1 \times 10^7$ 次); $\alpha$ 、 $\beta$ 为两个材料常数。

(1)式可变换为:

$$\log \log N = \log \alpha + \frac{1}{\beta} \log \ln \frac{\sigma_b - \sigma_D}{\sigma - \sigma_D}$$

设 $y = \log \log N$ ;  $a = \log \alpha$ ;  $b = \frac{1}{\beta}$ ;

$$X = \log \ln \frac{\sigma_b - \sigma_D}{\sigma - \sigma_D}$$

则上式即可变换成一元线性回归模型:

$$\hat{y} = a + bx \quad (2)$$

数学模型 I 所描绘的疲劳曲线形状示于图

1。该曲线的两个特征点拐点和强度中心的坐标分别为:

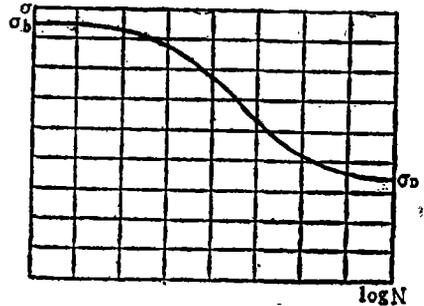


图 1 数学模型 I 所确定的疲劳曲线

标分别为:

$$\log N = \alpha \left(1 - \frac{1}{\beta}\right)^{1/\beta}$$

$$\sigma = \sigma_D + \frac{\sigma + \sigma_D}{e^{(1 - \frac{1}{\beta})}} \quad (3)$$

$$\log N = \alpha (0.693)^{1/\beta}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_b + \sigma_D) \quad (4)$$

合金的 $\sigma_b$ 可根据相应的试验数据采用正态概率纸法确定。

### 2. 数学模型 II

数学模型 II<sup>[2]</sup>如下式所示:

$$N = ASB \quad (5)$$

式中S, N分别为最大应力和断裂循环次数, A、B为待确定的两个材料常数。(5)式通过下列变换可化为一元线性回归模型:

$$\log N = \log A + B \log S$$

设  $y = \log N$ ;  $a = \log A$ ;  $b = B$ ;  $x = \log S$ , 则

$$\hat{y} = a + bx \quad (6)$$

### 3. 数学模型 II

数学模型 II<sup>[3]</sup>与模型 I 属于同一函数类型, 其形式为:

$$N = A(S - \sigma_D) B \quad (7)$$

用模型 I、II 描绘材料的疲劳性能时,  $B < 0$ , 故两种模型所相应的回归曲线属于双曲线型, 存在水平渐近线。模型 I、II 对应的水平渐近线分别为  $S = 0$  和  $S = \sigma_D$ 。

通过下列函数变换, 模型即可化为一元线性回归方程:

$$\log N = \log A + B \log(S - \sigma_D)$$

设  $y = \log N$ ,  $a = \log A$ ,  $b = B$ , 和  $x = \log(S - \sigma_D)$ , 则

$$\hat{y} = a + bx \quad (8)$$

## 二、试验条件和疲劳数据

研究所用的 TC4 钛合金轧棒的化学成分和力学性能列于表 1。合金经 950°C/1 小时, 水淬 + 700°C/2 小时, 空冷 (A 状态) 或 800°C/1 小时, 空冷 (B 状态) 热处理。

经热处理的试棒机械加工成  $\phi 6 \times 100 \text{mm}$  的疲劳试样。旋转弯曲疲劳试验在 HY-11 试验机上进行, 频率为 3000 周/分, 试验取六级应力水平, 从高开始逐渐降低, 分别测出在各级应力水平下各试样的疲劳破坏循环次数 (表 2)。

表 1 TC4 合金轧棒的化学成分和力学性能

化 学 成 分, %							
Al	V	Fe	Si	C	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>
6.02	4.08	0.09	0.028	0.01	0.012	0.078	0.0057
力 学 性 能							
$\sigma_b$	$\delta_5$	$\psi$	$a_k$				
MPa	%	%	J/m <sup>2</sup>				
918	16.7	52.5	578431				

表 2 TC4 合金室温旋转弯曲疲劳的试验结果

热 处 理 A 状 态			热 处 理 B 状 态		
序号	最大应力 $\sigma_{max}$ MPa	循环周数 $N \times 10^3$ 周	序号	最大应力 $\sigma_{max}$ MPa	循环周数 $N \times 10^3$ 周
1	686	30	1	628	45
2		39	2		30
3		36	3	588	75
4	628	78	4		60
5		69	5		45
6		72	6	530	180
7	588	120	7		174
8		75	8		105
9		78	9	510	210
10	549	279	10		141
11		144	11		120
12		144	12		135
13	530	>10110	13	490	>10380
14		>10290	14		>10080
15		>10500	15		>10080
16		>11860	16		>10060
17		90	17		354
18		135	18		105
19	510	>11160	19	471	>10130
20		>11000	20		>10220
21		>10200			

根据上述试验数据, 用升降法确定出 A、B 两种热处理状态的疲劳强度极限  $\sigma_D$  分别为 531 和 494 MPa (取  $N = 1 \times 10^7$  次)。室温拉伸强度极限  $\sigma_b$  分别为 997 和 918 MPa。

## 三、三种数学模型统计分析的比较

按三种数学模型, 表 2 所列试验数据的统计分析结果列于表 3, 其中相关指数  $R^2$  和

标准差S的计算公式分别为:

$$R^2 = 1 - \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \right]$$

$$S = \sqrt{\left[ \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-2)} \right]} \quad (10)$$

式中 $y_i$ 为试验值,  $\hat{y}_i$ 为相应的回归值,  $n$ 为试验数据个数(样本容量),  $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$ 。残差平方和 $S_e = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ ,  $R^2$ 和 $S$ 等统计量都是

表征回归曲线对试验数据拟合程度的度量,  $R^2$

值越大 ( $0 < R^2 < 1$ ), 或 $S_e$ 、 $S$ 越小表示所选用的数学模型越好。

由表3可知, 按三种数学模型所得 $R^2$ 均大于0.8, 表明这三种模型对所处理样本是适合的, 相应回归曲线对试验数据的拟合程度是比较好的。图2中分别给出了按三种模型回归分析所得的A、B两种热处理状态的S-N曲线。由此可知, 状态A的疲劳性能明显地高于状态B。如上所述, 模型II所确定的回归曲线存在的水平渐近线为 $S=0$ , 因此在所拟合的断裂循环次数范围内 ( $10^4 \sim 10^7$ 周), 曲线不存在趋向与横坐标 ( $\log N$ ) 平行的部分 (图2-b), 在 $N=10^7$ 时的回归值与 $\sigma_D$ 有着较大的偏差。

模型III的回归曲线 (图2-c) 在较低N值处, 与试验数据偏差较大 (即

残差  $(y_i - \hat{y}_i)$  较大)。相比之下由图2-a明显看出, 模型I的回归曲线对所有试验数据的拟合程度是较好的, 其剩余标准差S亦较小。

综上所述, 描绘TC4合金室温光滑旋转弯曲疲劳性能选用数学模型I更为合适。

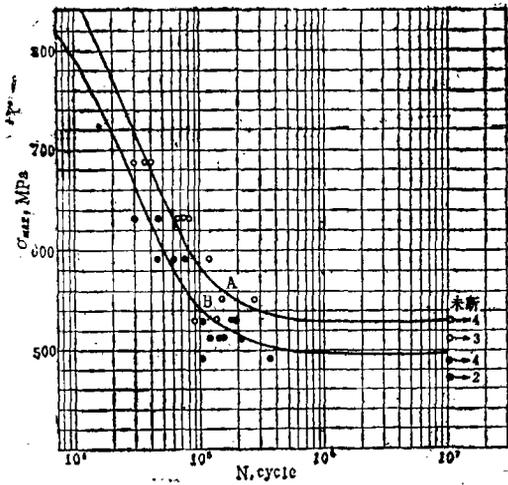
#### 四、结 论

1. 所选用的三种数学模型在一定程度上均可较好地描绘TC4钛合金的旋转弯曲疲劳性能。相比之下, 模型I更为适宜。

2. 三种模型相对应的TC4钛合金的 $\sigma_{max} \sim \log N$ 回归曲线表明, 热处理状态A的旋转弯曲疲劳性能优于状态B。

表3 TC4钛合金旋转弯曲疲劳三种数学模型的回归分析结果

数学模型	热处理状态	回归方程	残差平方和 $\sum (y_i - \hat{y}_i)^2$	相关指数 $R^2$	剩余标准差 S
I 按(1)式	A	$\sigma_D = 531$ $\sigma_b = 997$ $\alpha = 4.521$ $\beta = 7.752$	0.00080	0.8803	0.0090
	B	$\sigma_D = 494$ $\sigma_b = 918$ $\alpha = 4.533$ $\beta = 8.217$	0.00125	0.8105	0.0112
II 按(5)式	A	$A = 2.482 \times 10^{24}$ $B = -6.997$	0.11178	0.8703	0.1057
	B	$A = 2.092 \times 10^{24}$ $B = -7.057$	0.08673	0.8967	0.0931
III 按(7)式	A	$\sigma_D = 531$ $A = 1.467 \times 10^6$ $B = -0.704$	0.07801	0.9095	0.0883
	B	$\sigma_D = 494$ $A = 0.991 \times 10^6$ $B = -0.627$	0.16290	0.8062	0.1276



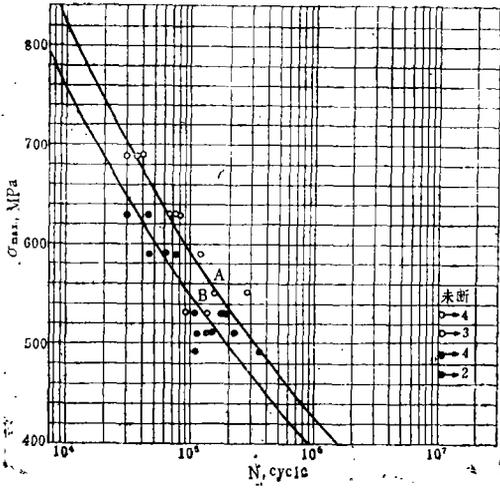
拐点坐标: A  $N=27616$ 周  
 $\sigma=726$ MPa

B  $N=28972$ 周  
 $\sigma=670$ MPa

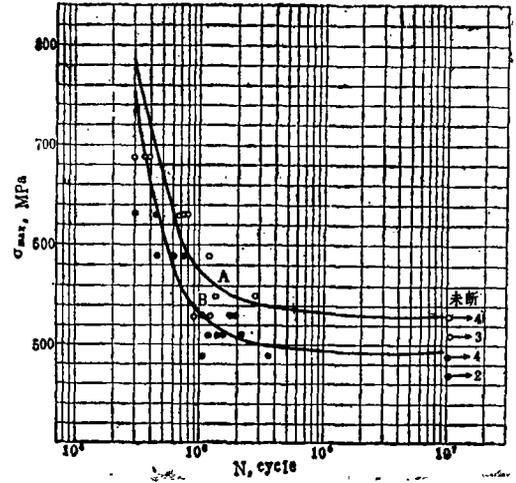
强度中心坐标: A  $N=21201$ 周  
 $\sigma=765$ MPa

B  $N=21641$ 周  
 $\sigma=706$ MPa

(a) 数学模型 I



(b) 数学模型 II



(c) 数学模型 III

图 2 TC4钛合金旋转弯曲疲劳曲线

参 考 文 献

- [1] Gecks, Mbb. M. und Schicke, P., sep., (1978), 22.
- [2] Park, Won J., Basic Concepts of Statistics and Their Applications in Composite Materials, June, (1979), P45.
- [3] MIL-HDBK-5D, June, (1983), P5~70.

