

TC4钛合金旋转弯曲疲劳数据的回归分析

鞠静敏 陆盘金

摘 要

本文采用回归分析方法,从所选取的三种数学模型中,确定出拟合TC4钛合金旋转弯曲疲劳数据的“最佳”回归方程。

疲劳性能是钛合金主要的应用性能之一,往往用S-N曲线来描绘。S-N曲线拟合疲劳试验数据的密切程度,不仅涉及到对合金疲劳性能的评定,而且明显地影响其估计精度。因此,选择合适的疲劳数学模型是十分重要的。本文选取三种数学模型,对TC4合金A、B两种热处理状态的室温光滑高周旋转弯曲疲劳数据进行回归分析,根据相应的回归方程绘制S-N曲线,并从中初步确定出对TC4钛合金旋转弯曲疲劳性能较适宜的数学模型。

则上式即可变换成一元线性回归模型:

$$\hat{y} = a + bx \quad (2)$$

数学模型I所描绘的疲劳曲线形状示于图

1。该曲线的两个特征点拐点和强度中心的坐

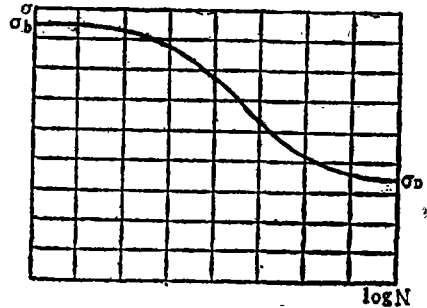


图1 数学模型I所确定的疲劳曲线

一、数学模型的选择和分析

根据通常的S-N曲线可知,试验最大应力与试样断裂循环次数之间呈非线性关系,随着试验最大应力值的降低,断裂循环次数不断增加,在达到一定的断裂循环次数时,试验最大应力值被确定为材料的疲劳强度极限。

1. 数学模型I

模型I^[1]所确定的试验最大应力 σ 与断裂循环次数 N 之间的关系为:

$$\sigma = \sigma_D + \frac{\sigma_b - \sigma_D}{e^{(\log N / \alpha)}} \quad (1)$$

式中 σ_b 为所研究合金的室温拉伸强度; σ_D 为疲劳强度极限(取 $N=1 \times 10^7$ 次); α 、 β 为两个材料常数。

(1)式可变换为:

$$\log \log N = \log \alpha + \frac{1}{\beta} \log \ln \frac{\sigma_b - \sigma_D}{\sigma - \sigma_D}$$

设 $y = \log \log N$; $a = \log \alpha$; $b = \frac{1}{\beta}$;

$$X = \log \ln \frac{\sigma_b - \sigma_D}{\sigma - \sigma_D}$$

标分别为:

$$\log N = \alpha \left(1 - \frac{1}{\beta}\right)^{1/\beta} \quad (3)$$

$$\sigma = \sigma_D + \frac{\sigma_b - \sigma_D}{e^{(1 - \frac{1}{\beta})}}$$

$$\log N = \alpha (0.693)^{1/\beta} \quad (4)$$

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_b + \sigma_D)$$

合金的 σ_b 可根据相应的试验数据采用正态概率纸法确定。

2. 数学模型II

数学模型II^[2]如下式所示:

$$N = ASB \quad (5)$$

式中 S 、 N 分别为最大应力和断裂循环次数, A 、 B 为待确定的两个材料常数。(5)式通过下列变换可化为一元线性回归模型:

$$\log N = \log A + B \log S$$

设 $y = \log N$; $a = \log A$; $b = B$; $x = \log S$, 则

$$\hat{y} = a + bx \quad (6)$$

3. 数学模型Ⅱ

数学模型Ⅱ^[3]与模型Ⅰ属于同一函数类型, 其形式为:

$$N = A (S - \sigma_D) B \quad (7)$$

用模型Ⅱ、Ⅲ描绘材料的疲劳性能时, $B < 0$, 故两种模型所相应的回归曲线属于双曲线型, 存在水平渐近线。模型Ⅱ、Ⅲ对应的水平渐近线分别为 $S = 0$ 和 $S = \sigma_D$ 。

通过下列函数变换, 模型即可化为一元线性回归方程:

$$\log N = \log A + B \log (S - \sigma_D)$$

设 $y = \log N$, $a = \log A$, $b = B$, 和 $x = \log (S - \sigma_D)$, 则

$$\hat{y} = a + bx \quad (8)$$

二、试验条件和疲劳数据

研究所用的TC4钛合金轧棒的化学成分和力学性能列于表1。合金经950℃/1小时, 水淬+700℃/2小时, 空冷(A状态)或800℃/1小时, 空冷(B状态)热处理。

经热处理的试棒机械加工成 $\phi 6 \times 100\text{mm}$ 的疲劳试样。旋转弯曲疲劳试验在HY-11试验机上进行, 频率为3000周/分, 试验取六级应力水平, 从高开始逐渐降低, 分别测出在各级应力水平下各试样的疲劳破坏循环次数(表2)。

表1 TC4合金轧棒的化学成分和力学性能

| 化 学 成 分 , % | | | | | | | |
|-------------|------------|--------|------------------|------|----------------|----------------|----------------|
| Al | V | Fe | Si | C | N ₂ | O ₂ | H ₂ |
| 6.02 | 4.08 | 0.09 | 0.028 | 0.01 | 0.012 | 0.078 | 0.0057 |
| 力 学 性 能 | | | | | | | |
| σ_b | δ_5 | ψ | a_k | | | | |
| MPa | % | % | J/m ² | | | | |
| 918 | 16.7 | 52.5 | 578431 | | | | |

表2 TC4合金室温旋转弯曲疲劳的试验结果

| 热 处 理 A 状 态 | | | 热 处 理 B 状 态 | | |
|-------------|-------------------------------|---------------------------|-------------|-------------------------------|---------------------------|
| 序号 | 最大应力 σ_{max} MPa | 循环周数 $N \times 10^3$ 周 | 序号 | 最大应力 σ_{max} MPa | 循环周数 $N \times 10^3$ 周 |
| 1 | 688 | 30 | 1 | 628 | 45 |
| 2 | | 39 | 2 | | 30 |
| 3 | | 38 | 3 | 588 | 75 |
| 4 | 628 | 78 | 4 | | 60 |
| 5 | | 69 | 5 | | 45 |
| 6 | | 72 | 6 | 530 | 180 |
| 7 | 588 | 120 | 7 | | 174 |
| 8 | | 75 | 8 | | 105 |
| 9 | | 78 | 9 | 510 | 210 |
| 10 | 549 | 279 | 10 | | 141 |
| 11 | | 144 | 11 | | 120 |
| 12 | | 144 | 12 | | 135 |
| 13 | 530 | >10110 | 13 | 490 | >10380 |
| 14 | | >10290 | 14 | | >10080 |
| 15 | | >10500 | 15 | | >10080 |
| 16 | | >11860 | 16 | | >10060 |
| 17 | | 90 | 17 | | 354 |
| 18 | | 135 | 18 | | 105 |
| 19 | 510 | >11160 | 19 | 471 | >10130 |
| 20 | | >11000 | 20 | | >10220 |
| 21 | | >10200 | | | |

根据上述试验数据, 用升降法确定出A、B两种热处理状态的疲劳强度极限 σ_D 分别为531和494 MPa (取 $N = 1 \times 10^7$ 次)。室温拉伸强度极限 σ_s 分别为997和918 MPa。

三、三种数学模型统计分析的比较

按三种数学模型, 表2所列试验数据的统计分析结果列于表3, 其中相关指数 R^2 和

标准差S的计算公式分别为:

$$R^2 = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \right]$$

$$S = \sqrt{\left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-2)} \right]} \quad (10)$$

式中 y_i 为试验值, \hat{y}_i 为相应的回归值, n 为试验数据个数(样本容量), $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$ 。残差平方和 $S_e = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$, R^2 和 S 等统计量都是

表征回归曲线对试验数据拟合程度的度量, R^2

值越大($0 < R^2 < 1$), 或 S_e 、 S 越小表示所选用的数学模型越好。

由表3可知, 按三种数学模型所得 R^2 均大于0.8, 表明这三种模型对所处理样本是适合的, 相应回归曲线对试验数据的拟合程度是比较好的。图2中分别给出了按三种模型回归分析所得的A、B两种热处理状态的S-N曲线。由此可知, 状态A的疲劳性能明显地高于状态B。如上所述, 模型Ⅱ所确定的回归曲线存在的水平渐近线为 $S = 0$, 因此在所拟合的断裂循环次数范围内($10^4 \sim 10^7$ 周), 曲线不存在趋向与横坐标($\log N$)平行的部分(图2-b), 在 $N = 10^7$ 时的回归值与 σ_D 有着较大的偏差。

模型Ⅲ的回归曲线(图2-c)在较低N值处, 与试验数据偏差较大(即

表3 TC4钛合金旋转弯曲疲劳三种数学模型的回归分析结果

| 数学模型 | 热处理状态 | 回归方程 | 残差平方和 $\sum (y_i - \hat{y}_i)^2$ | 相关指数 R^2 | 剩余标准差 S |
|------------|-------|---|-------------------------------------|---------------|--------------|
| I 按(1)式 | A | $\sigma_D = 531$ $\sigma_b = 997$ $\alpha = 4.521$ $\beta = 7.752$ | 0.00080 | 0.8803 | 0.0090 |
| | B | $\sigma_D = 494$ $\sigma_b = 918$ $\alpha = 4.533$ $\beta = 8.217$ | 0.00125 | 0.8105 | 0.0112 |
| Ⅱ 按(5)式 | A | $A = 2.482 \times 10^{24}$ $B = -6.997$ | 0.11178 | 0.8703 | 0.1057 |
| | B | $A = 2.092 \times 10^{24}$ $B = -7.057$ | 0.08673 | 0.8967 | 0.0931 |
| Ⅲ 按(7)式 | A | $\sigma_D = 531$ $A = 1.467 \times 10^6$ $B = -0.704$ | 0.07801 | 0.9095 | 0.0883 |
| | B | $\sigma_D = 494$ $A = 0.991 \times 10^6$ $B = -0.627$ | 0.16290 | 0.8062 | 0.1276 |

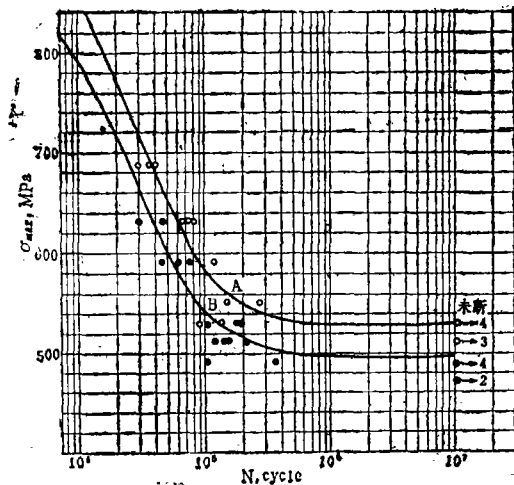
残差 $(y_i - \hat{y}_i)$ 较大)。相比之下由图2-a明显看出, 模型I的回归曲线对所有试验数据的拟合程度是较好的, 其剩余标准差 S 亦较小。

综上所述, 描绘TC4合金室温光滑旋转弯曲疲劳性能选用数学模型I更为合适。

四、结 论

1. 所选用的三种数学模型在一定程度上均可较好地描绘TC4钛合金的旋转弯曲疲劳性能。相比之下, 模型I更为适宜。

2. 三种模型相对应的TC4钛合金的 $\sigma_{max} \sim \log N$ 回归曲线表明, 热处理状态A的旋转弯曲疲劳性能优于状态B。



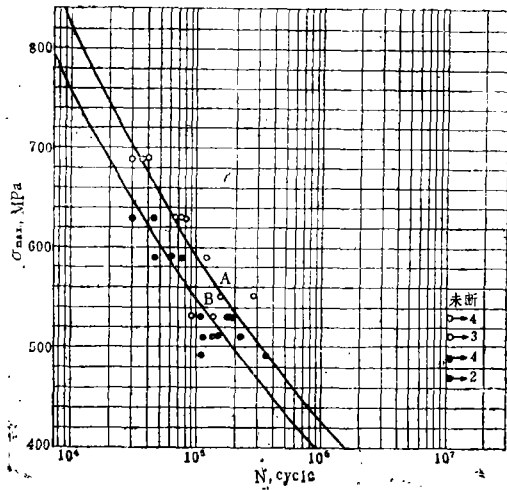
(a) 数学模型 I

拐点坐标: A $N=27616$ 周
 $\sigma=726\text{MPa}$

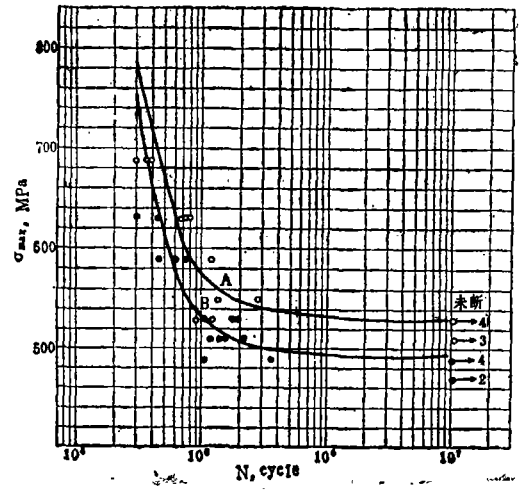
B $N=28972$ 周
 $\sigma=670\text{MPa}$

强度中心坐标: A $N=21201$ 周
 $\sigma=765\text{MPa}$

B $N=21641$ 周
 $\sigma=706\text{MPa}$



(b) 数学模型 II



(c) 数学模型 III

图 2 TC4钛合金旋转弯曲疲劳曲线

参 考 文 献

- [1] Gecks, Mbb. M. und Schicke, P., sep., (1978), 22.
- [2] Park, Won J., Basic Concepts of Statistics and Their Applications in Composite Materials, June, (1979), P45.
- [3] MIL-HDBK-5D, June, (1983), P5~70.

