

# I 型加载下平面应变断裂韧性 $K_{IC}$ 的计算

成都发动机公司 刘锡江 王 蓉

本文讨论了 I 型加载下平面应变断裂韧性  $K_{IC}$  的两种理论计算方法。

## Computation of Fracture Toughness Property ( $K_{IC}$ ) of Plate Strain Under I Type Loading

Liu Xijiang Wang Rong  
(Chengdu Aeroengine Company)

This paper deals with two kinds of theoretic computational method of fracture toughness property ( $K_{IC}$ ) of plate strain under I type loading.

### 一、引 言

平面应变断裂韧性  $K_{IC}$  反映材料抵抗裂纹失稳扩展的能力。但  $K_{IC}$  的测定比较复杂, 有时甚至是不可能的。因而如能利用其它易测定的力学性能, 如  $\sigma_s$ 、 $\sigma_b$ 、 $\psi$ 、 $n$  等来计算  $K_{IC}$  值, 则不仅比直接测定值要容易和经济得多, 而且还有助于更加清楚地认识  $K_{IC}$  的物理本质。目前对  $K_{IC}$  的理论计算, 人们做了许多工作, 文献 [1, 2] 对此作了较详细的回顾, 由于多种原因, 这些  $K_{IC}$  计算公式的物理意义的计算精度都还不能令人满意。欲从理论上计算  $K_{IC}$  值, 必须先解决以下几个问题。

1. 在假设裂纹顶端塑性区内的应力应变分布时, 应考虑裂纹的钝化的材料的应变硬化

在小变形情况下, HRR 理论给出了裂纹尖端塑性区内的应力、应变场的分布, 但在此理论中, 假设了应力、应变场在靠近裂尖处存在奇异性, 而真实材料中的裂尖处并不如此。这是因为材料中的裂纹总是以一定的塑性变形为前导的, 裂纹的钝化是不可避免的。钝裂纹顶端塑性区内的应力应变分布对建立精确计算  $K_{IC}$  的模型是必不可少的, 然而此问题迄今仍未解决。

陈旒等人<sup>[3]</sup>以含量理论为前题, 给出了幂硬化材料在 I 型加载平面应变状态下钝裂纹顶端塑性区内应力的近似分布, 本文将以此为基础, 并结合 Rice<sup>[4]</sup> 给出的塑性区内应变近似分布来建立计算  $K_{IC}$  的模型。

### 2. 选择合乎实际的断裂判据

不同的断裂机制, 断裂判据不同, 经典的强度理论指出:

(1) 对于延性断裂, 最大切应力判据接近事实;

(2) 对于脆性断裂, 最大主应力判据接近事实;

(3) 最大主应变判据和实验不符。

近年来的一些研究者往往将延性断裂和主应变判据相联系, 这种观点是不正确的。

### 3. 材料组织结构对 $K_{IC}$ 的影响

本文将以最大切应力判据推导出延性断裂材料的  $K_{IC}$  计算公式, 由此计算的  $K_{IC}$  值与实验值基本符合。

## 二、钝裂纹顶端塑性区内的应力应变分布

### 1. 设材料遵从幂硬化律

$$\bar{\sigma} = k (\bar{\epsilon}_p)^n \quad (1)$$

在平面应变状态下小范围屈服时, 钝裂纹顶端塑性区内应力在对称轴上的分布 (图1) 近似由下式给出<sup>[3]</sup>:

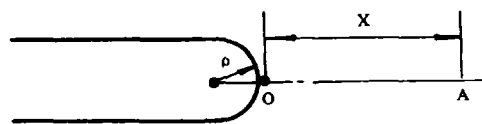


图1 钝裂纹顶端的根部及对称轴

$$\sigma_{yy} = \sigma_0 \left(1 + \gamma_1 \frac{x}{\rho}\right) / \left(1 + \gamma_2 \frac{x}{\rho}\right)^{1+\frac{n}{1+n}} \quad (2)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_0 \frac{x}{\rho} / \left(1 + \gamma_2 \frac{x}{\rho}\right)^{1+\frac{n}{1+n}} \quad (3)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_0 \left[ 1 + (\gamma_1 - 1) \frac{x}{\rho} \right] / \left( 1 + \gamma_2 \frac{x}{\rho} \right)^{1 + \frac{n}{1+n}} \quad (4)$$

式中  $\rho$  为裂尖曲率半径,  $n$  为材料的硬化指数,  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  是由  $n$  所确定的常数, 由表1及 (5) 式给出。

$$\gamma_2 = \frac{2}{\pi} + \left( 2 - \frac{2}{\pi} \right) \cdot n \quad (5)$$

表1

n	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\gamma_1$	1.6367	1.4481	1.3169	1.2102	1.1253	1.0623	1.0230	1.0051	0.9985	0.9970	1.0000

2. 根据文献[4]给出的塑性区内应变分布, 并考虑到裂纹钝化的事实, 裂纹前 A 处的 Y 方向应变  $\varepsilon_{yy}$  可由下式确定:

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\sigma_1}{E} \left( \frac{w_0}{x + \rho} \right)^{\frac{1}{1+n}} \quad (6)$$

式中  $w_0$  为对称轴上的塑性区尺寸, 在本文[3]

$$w_0 = \frac{K_I^2}{4(1+n)\pi\sigma_c^2} \quad (7)$$

在平面应变条件下[3]:

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{\varepsilon}_p \quad (8)$$

将 (6)、(8) 式代入 (1) 式得 A 点处的  $\bar{\sigma}$ :

$$\bar{\sigma} = k \left[ \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_1}{E} \left( \frac{w_0}{x + \rho} \right)^{\frac{1}{1+n}} \right]^n \quad (9)$$

当  $x=0$  时, 比较 (4)、(9) 式得:

$$\sigma_0 = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{1+n} k \left( \frac{\sigma_1}{E} \right)^n \left( \frac{w_0}{\rho} \right)^{\frac{1}{1+n}} \quad (10)$$

该式的物理意义是: 裂纹尖端的曲率半径  $\rho$  和塑性区尺寸  $w_0$  成正比。

### 三、延性断裂材料 $K_{IC}$ 的计算

文献[3]的试验结果表明: 延性断裂时, 最大切应力判据成立, 在开裂瞬间有:

$$\sigma_0 = \sigma_F \quad (11)$$

式中  $\sigma_F$  为材料的真实断裂应力,  $\sigma_F$  与  $\sigma_b$ ,  $\psi$ ,  $\varepsilon_f$  有如下关系[3]:

$$\sigma_F = \sigma_b (1 + \psi) / \frac{1}{2} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{R}{a} \right) \ln \left( 1 + \frac{a}{R} \right) \right] \quad (12)$$

$$\frac{a}{R} = 0.88 (\varepsilon_f - 0.1) \quad (13)$$

$$\varepsilon_f = \ln \frac{1}{1 - \psi} \quad (14)$$

(适用于圆棒拉伸试样)

将 (7)、(11) 式及开裂条件  $K_I = K_{IC}$ 、 $\rho = \rho_c$  代入 (10) 式得:

$$\sigma_F = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{1+n} k \left( \frac{\sigma_1}{E} \right)^n \left[ \frac{K_{IC}^2}{4\pi(1+n)\sigma_c^2} \right]^{\frac{n}{1+n}} \quad (15)$$

或

$$K_{IC} = 2 \sqrt{\left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{\frac{(n+1)^2}{n}} (1+n) \pi \left( \frac{\sigma_F}{k} \right)^{\frac{1+n}{n}} E^{1+n} \sigma_c^{1-n} \rho_c} \quad (16)$$

式中  $k$  值可用  $\sigma_F$ 、 $\varepsilon_f$  由 (1) 式求得:

$$k = \frac{\sigma_F}{\varepsilon_f^n} \quad (17)$$

把 (17) 式代入 (16) 式得:

$$K_{IC} = 2 \left[ \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{\frac{(n+1)^2}{n}} (1+n) \pi (E \varepsilon_f)^{1+n} \sigma_c^{1-n} \rho_c \right]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

$\rho_c$  为开裂时裂尖曲率半径, 式中各项除  $\rho_c$  外均可由拉伸实验方法测得或计算得到, 其中  $n$  值除实测外, 还可由下式估算[3]:

$$n = \frac{\lg(\sigma_F/\sigma_b)}{\lg \varepsilon_f - \lg \left( \frac{\sigma_1}{E} + 0.002 \right)} \quad (19)$$

式中  $\epsilon_f$ 、 $\sigma_F$  可分别由 (12)、(13)、(14) 式得出。

考虑到实测  $n$  值比较麻烦,且文献中也不常给出,从工程实用的角度出发,本文中的  $n$  值均采用 (19) 式的计算值。

#### 四、分析讨论

对于裂纹开裂属于初窝机制的中高韧性材料,裂纹在加载过程中由于塑性变形裂纹尖端钝化,由 (10) 式可知,其钝化半径  $\rho$  与塑性区尺寸  $w_0$  成正比。在钝化过程中  $\rho$  不断增大,形成伸张区,当钝化达到临界状态时,发生开裂,开裂前的最大曲率半径  $\rho_{\max} = \rho_c$ ,上述过程示于图2。实际测定  $\rho_c$  目前还有一些困难,原因是开裂前,卸载测量将引起裂尖闭合,而开裂后,裂尖半径已不再是  $\rho_c$ 。下面根据图2裂纹钝化和开裂过程,分别对  $\rho_c$  与临界张开位移  $\delta_c$  (图2c中,的  $A_2A_2'$ ) 和第二相颗粒间距  $d_r$  的关系作初步分析。

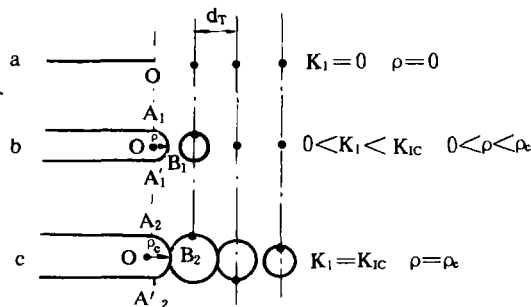


图2 裂纹钝化示意图

##### 1. $\rho_c$ 与临界张开位移 $\delta_c$ 的关系

在外力作用下,裂纹顶端由于弹塑性变形而产生张开位移,其临界值为  $\delta_c$ ,在图2c中, $\delta_c = A_2A_2'$ ,若不考虑开裂前存在的亚临界扩展,则  $\rho_c$  与  $\delta_c$  间的关系密切依赖于裂尖的形态,当裂尖近于半圆时, $\rho_c$  约为  $\delta_c$  的一半,否则  $\rho_c$  与  $\delta_c$  间的关系就比较复杂。表2给出了  $\delta_c$  的实验

表2 实测的  $\delta_c$  值和按 (18) 式计算的  $\rho_c$  值

性能 材料	$K_{IC}$ ( $MN/m^{3/2}$ )	$\sigma_s$ ( $MN/m^2$ )	$\epsilon_f$	$n$	$\delta_c/2$ ( $\mu$ )	$\rho_c$ ( $\mu$ )
X2NiCoMo1885[1]						
T=25°C	90.7	1854	0.965	0.1	5.2	6.0
T=-196°C	47.2	2276	0.795	0.08	3.2	2.6
AlZnMgCu0.5[1]						
取向 T-S	28	397	0.477	0.11	5.5	13

值和  $\rho_c$  的计算值,从中可以看出, $\rho_c$  不总为  $\delta_c$  的一半。这表明:裂尖形态可能并不总象有些文献假设的那样近于半圆,另外,开裂前裂纹的亚稳扩展对  $\rho_c$  和  $\delta_c$  的关系有

不可忽视的影响。

##### 2. $\rho_c$ 与第二相颗粒间距 $d_r$ 的关系

由于  $\sigma_{yy}$  在裂尖前  $\xi$  处出现极大值  $(\sigma_{yy})_{\max}$ ,  $\xi$  与  $\rho$  存在如下关系<sup>[9]</sup>:

$$\xi/\rho = \frac{1}{n} \left( \frac{1+n}{\gamma_2} - \frac{1+2n}{\gamma_1} \right) \quad (20)$$

当裂纹前沿有夹杂物或第二相颗粒存在时,即使  $K_I < K_{IC}$ ,只要同时满足:

$$\xi \geq Nd_r \dots \quad N=1,2,\dots \quad (21)$$

$$(\sigma_{yy})_{\max} \geq \sigma_c \quad (22)$$

( $\sigma_c$  为颗粒处开裂的开裂应力)

微孔即可在裂尖前的某一颗粒处形成,且微孔与裂纹一样也随  $K$  的增加而增大。由于  $(\sigma_{yy})_{\max}$  不但随  $K$  的增大而增加,而且还逐渐前移,所以到开裂时,裂尖前沿区域可形成一串远近大小不一的孔洞,A. Gysler 等人的实验证实了上述推测<sup>[6]</sup>。显然,对于微孔萌生主要起源于夹杂物或第二相颗粒的韧性断裂, $\rho_c$  与  $d_r$  必然存在某种关系。最近在一种高强钛合金的实验结果<sup>[7]</sup>及文献 [1, 3, 8, 9] 的实验结果均表明,当  $d_r \geq 3\mu$  时, $\rho$  与  $d_r$  在数值上基本一致,将  $\rho = d_r$  代入 (18) 式得:

$$K_{IC} = 2 \left[ \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{\frac{(n+1)^2}{n}} (1+n) \pi (E\epsilon_f)^{1+n} \sigma_s^{1-n} d_r \right]^{\frac{1}{2}} \quad (23)$$

(23) 式的物理意义为:裂纹前距离  $\xi$  内的已有孔洞的聚合将导致裂纹快速开裂。表3列出几种合金的  $K_{IC}$  实验值和用 (23) 式计算的理论值,从表3中可以看出:实验值与理论值基本符合,且在绝大多数情况下,理论值都略低于实验值。产生这一现象的原因是:实验值规定裂纹增长2%为临界状态,而 (23) 式计算的理论值规定裂纹增长为临界状态。理论值较实验值偏低意味着 (23) 式在工程中应用是安全的。

当  $d_r < 3\mu$  时,用 (23) 式计算得到的理论值较实验值低得较多(见表4)且  $\sigma_s$  愈低,  $\epsilon_f$  愈大,差距愈大,产生这一现象的原因同样是两者对临界状态的规定不同造成的。表4同时还列出了与  $d_r$  对应的  $\xi$  值和与  $K_{IC}$  实测对应的  $\rho_c$  值,从表中可以看出  $\xi$  很小,最大也只有 11.4 $\mu$ ,在如此小范围内孔洞的聚合,既不能立即导致裂纹开裂,又远低于实验值规定的裂纹扩展2%的临界状态。对  $d_r$  很小的低强度高韧性钢,如何确定  $\rho_c$  与  $d_r$  的关系,即如何合理地确定理论计算  $K_{IC}$  的临界状态,以使其与实验值相符,还有待于进一步的深入研究。

从以上大量的分析讨论来看,本文推导的  $K_{IC}$  计算公式具有一定的理论意义,同时在实际使用中也很方便。

表 3

材 料 \ 性 能	E (MN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_s$ (MN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_F$ (MN/m <sup>2</sup> )	$\epsilon_f$	n	dr ( $\mu$ )	K <sub>IC</sub> 实测 (MN/m <sup>3/2</sup> )	K <sub>IC</sub> 计算 (MN/m <sup>3/2</sup> )
TC11钛合金 <sup>[7]</sup>								
4	1.2×10 <sup>5</sup>	992	1444	0.347	0.11	29 <sup>①</sup>	73.4	70.9
5	1.2×10 <sup>5</sup>	971	1452	0.460	0.11	23 <sup>①</sup>	85.8	73.2
6	1.2×10 <sup>5</sup>	946	1422	0.335	0.12	25 <sup>①</sup>	71.0	68.3
7	1.2×10 <sup>5</sup>	985	1324	0.225	0.1	25 <sup>①</sup>	47.1	47.4
8	1.2×10 <sup>5</sup>	1009	1485	0.552	0.1	14 <sup>①</sup>	70.6	58.7
34CrNiMo <sup>[8]</sup>	2×10 <sup>5</sup>	1225 1450	1588 2205	0.40 0.86	0.07 0.09	28 12	84.3 91.7	68.6 97.1
30SiMnCrMo <sup>[3]</sup>	2×10 <sup>5</sup>	980	1764	1.0	0.11	25	163.4	156.4
4340 <sup>[8]</sup> 商用 高纯	2×10 <sup>5</sup>	1411 1401	1826 1941	0.287 0.515	0.075 0.081	33 29	74.8 107.3	72.1 100.5
18Ni <sup>[8]</sup> 商用 高纯	2×10 <sup>5</sup>	1333 1303	1844 1918	0.747 1.005	0.073 0.081	39 32	124.6 164.3	123.6 146.6
X2NiCoMo1885 <sup>[1]</sup>								
T=25℃	2×10 <sup>5</sup>	1854	2668	0.965	0.1	5.2	90.5	84.7
T=-50℃		1952	3002	0.993	0.1	4.6	84.9	82.8
T=-100℃		2040	2933	0.915	0.08	4.2	71.2	61.2
T=-150℃		2148	3090	0.803	0.09	3.7	64.8	62.1
T=-196℃		2276	3195	0.795	0.08	3.3	47.1	52.9
0.45C-Ni-Cr-Mo <sup>[9]</sup>								
0.008s	2×10 <sup>5</sup>	1450	2182	0.65	0.1	6.2	71.4	69.3
0.016s		1453	2115	0.51	0.1	6.0	60.8	57.4
0.025s		1472	2157	0.59	0.09	4.8	55.8	50.4
0.049s		1496	2115	0.54	0.09	4.1	46.8	44.7
AlZnMgCu0.5 <sup>[1]</sup> 取向 T-S	6.9×10 <sup>4</sup>	397		0.477	0.11	18	28	32.6

① dr 为  $\alpha$  相颗粒间距。表4 Monix-3R 钢 K<sub>IC</sub>的实验值及按(23)式计算的理论值<sup>[1]</sup>(E=2.0×10<sup>5</sup>MN/m<sup>2</sup>)

Monix-3R 钢	$\sigma_s$ (MN/m <sup>2</sup> )	$\sigma_F$ (MN/m <sup>2</sup> )	$\epsilon_f$	n	K <sub>IC</sub> 实测 (MN/m <sup>3/2</sup> )	K <sub>IC</sub> 计算 (MN/m <sup>3/2</sup> )	d <sub>r</sub> ( $\mu$ )	$\xi$ ( $\mu$ )	$\rho_c$ ( $\mu$ )
T <sub>r</sub> * =100	1589	3012	0.757	0.162	77.8	64.9	1.9	4.5	2.7
T <sub>r</sub> =200	1570	2845	0.855	0.147	102	71.5	2.4	7.1	4.9
T <sub>r</sub> =300	1413	2320	0.839	0.118	89.6	45.2	1.6	7.2	6.3
T <sub>r</sub> =400	1329	2036	0.808	0.104	98.6	39.3	1.7	9.5	10.7
T <sub>r</sub> =500	1265	2139	0.765	0.124	123	46.6	1.9	7.9	13.2
T <sub>r</sub> =600	1143	1923	0.901	0.119	128	54.5	2.55	11.4	14.1

\* dr 为断口初裂尺寸,  $\mu$ ; \*\* T<sub>r</sub> 为回火温度,℃。

## 五、结 论

1. 对于最大切应力成立的延性断裂,其 K<sub>IC</sub>值均可由下式计算:

$$K_{IC} = 2 \left[ \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{\frac{(1+n)^2}{n}} \pi (1+n) (E\epsilon_f)^{1+n} \sigma_1^{1-n} \rho_c \right]^{\frac{1}{2}}$$

2. 对微孔主要萌生夹杂物或第二相颗粒处的韧性

