

# 应力-应变曲线形状参数与材料硬化指数的关系

## The Relation of Material Hardening Exponent and Shape Parameters of Stress-strain Curve

张行安 (北京航空材料研究院)

Zhang Xingan (Institute of Aeronautical Materials, Beijing)

**[摘要]** 在高温拉伸应力-应变曲线测试的基础上, 探讨材料手册给出的硬化指数  $n$  与稳定性计算中所用形状参数  $\delta$  之间的关系, 并用实验数据进行验证。

**关键词** 硬化指数 形状参数 拉伸应力-应变曲线

**[Abstract]** Based on the measurement of stress-strain curves at high temperature, the relation between material hardness from data manual and the shape parameter used in stability evaluation was investigated. The relation was supported by the test data. The results show that a reciprocal relation exist in the hardening exponent and curvature shape parameter. But it is not very exact in engineering application.

**Keywords** hardening exponent curvature shape parameter stress strain curve

### 1 引言

在飞机结构高温热稳定性计算中, 用应力-应变关系曲线求得塑性减缩系数。屈服范围内的应力-应变之间的关系可用 Ramberg-Osgood 三参数来描述<sup>[1]</sup>, 而测定材料性能数据时应力-应变的关系是用硬化指数  $n$  来衡量。硬化指数  $n$  和 Ramberg-Osgood 三参数中的  $n$  是何种关系, 是否可相互通用, 这是工程应用所需要搞清楚的问题, 虽然 MIL-HDBK—5D<sup>[2]</sup>中提到了这个问题, 但未作具体说明。本文从理论和实践中探讨了两种指数的关系以及 Ramberg-Osgood 方法的工程表达形式。

### 2 Ramberg-Osgood 一般方程 (简称 R-O 方程)

Ramberg-Osgood 把应力和应变之间的关系用弹性模数归一化处理, 得到 R-O 方程的一般表达式

$$\epsilon = \sigma/E + K (\sigma/E)^n \quad (1)$$

式中:  $\epsilon$ —总应变;  $\sigma$ —应力。Ramberg-Osgood 三参数:  $E$ —弹性模数;  $n$ —R-O 方程指数, 曲率形态参数;  $K$ —R-O 方程常数。典型应力-应变曲线见图 1。由图 1 可见:

$$\delta = \epsilon - \frac{\sigma}{E} \quad (2)$$

代入 (1) 式得

$$\delta = K \left( \frac{\sigma}{E} \right)^n \quad (3)$$

可见 (3) 式为 Ramberg-Osgood 方程中塑性变形范围内的应力-应变关系式。 $n$  为应力-应变曲线拐弯处曲率形态系数。

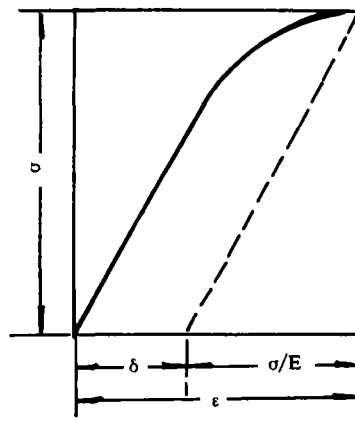


图 1 典型应力-应变曲线

### 3 应变硬化指数方程

在美国 ANSI/ASTM E646—78 金属薄板材料拉伸应变硬化指数标准试验方法中指出<sup>[3]</sup>, 应变硬化指数根据真实应力-应变曲线中有确定意义段上的一经验表达式来测定。本方法所用的数学表达式是一种指数曲线形式:

$$\sigma' = K' \epsilon'^{n'} \quad (4)$$

式中  $\sigma'$ —真实应力;  $\epsilon'$ —真实塑性应变;  $K'$ —强度系数;  $n'$ —应变硬化指数。

#### 4 曲率形状系数 $n$ 和应变硬化指数 $n'$ 的关系

对 R-O 塑性方程式 (3) 两边取对数得

$$\lg \sigma = -\frac{1}{n} \lg \frac{K}{E^n} + \frac{1}{n} \lg \delta \quad (5)$$

对应变硬化指数方程式 (4) 两边取对数得

$$\lg \sigma' = \lg K' + n' \lg \epsilon' \quad (6)$$

如果用 R-O 方程和应变硬化指数方程描述同一条应力-应变曲线, 则

$$\sigma = \sigma' \quad \delta = \epsilon'$$

故两等式的系数和常数对应相等, 即

$$n' = \frac{1}{n}$$

且

$$\lg K' = -\frac{1}{n} \lg \frac{K}{E^n} = \lg \left( \frac{K}{E^n} \right)^{-\frac{1}{n}} \quad (7)$$

$$K' = \frac{1}{K^{\frac{1}{n}}} \quad (8)$$

由此可见, 用应变硬化指数方程和 R-O 三参数方程描述同一条应力-应变曲线, 则应变-硬化指数是 R-O 三参数法中形状参数的倒数。应变硬化指数方程常数是 R-O 三参数常数倒数的  $n$  次方。

注意: R-O 曲率形状参数和应变硬化指数相互关系推导中  $\epsilon$  和  $\delta$  均指塑性应变, 应在总应变中去掉弹性应变, 但在 ASTM 方法中提到: “为方便起见, 当弹性应变小于总应变的 10% 时, 不需去掉弹性应变。” 这样就对相互关系带来一定的误差。

#### 5 R-O 方程的工程表达形式

当材料不具备应力-应变曲线时, 若假定材料应力-应变遵循指数规律, 则用 (1) 式 R-O 方程表达, 只需求出方程中  $E$ 、 $K$ 、 $n$  三参数, 就可获得所有应力-应变的相互关系。

为便于求得三参数值, 常将 R-O 方程变换成另一种形式, 并引用图 2 中两个参数  $\sigma_{0.7}$ 、 $\sigma_{0.85}$ 。

(1) 式乘以  $\frac{E}{\sigma_{0.7}}$  得

$$\frac{E\epsilon}{\sigma_{0.7}} = \frac{\sigma}{\sigma_{0.7}} + K \left( \frac{\sigma_{0.7}}{E} \right)^{n-1} \left( \frac{\sigma}{\sigma_{0.7}} \right)^n \quad (9)$$

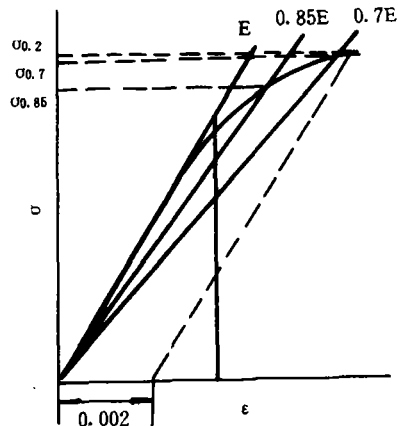


图 2  $\sigma_{0.7}$ 、 $\sigma_{0.85}$  值定义图

$$\therefore \epsilon_{0.7} = \frac{\sigma_{0.7}}{E} + K \left( \frac{\sigma_{0.7}}{E} \right)^n \quad (10)$$

由图 2 可知

$$\epsilon_{0.7} = \frac{\sigma_{0.7}}{0.7E} \quad (11)$$

(11) 式代入 (10) 式

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{0.7}}{0.7E} &= \frac{\sigma_{0.7}}{E} + K \left( \frac{\sigma_{0.7}}{E} \right)^n \\ K \left( \frac{\sigma_{0.7}}{E} \right)^{n-1} &= \frac{3}{7} \end{aligned} \quad (12)$$

将 (12) 式代入 (9) 式

$$\begin{aligned} \frac{E\epsilon}{\sigma_{0.7}} &= \frac{\sigma}{\sigma_{0.7}} + \frac{3}{7} \left( \frac{\sigma}{\sigma_{0.7}} \right)^n \\ \epsilon &= \frac{\sigma}{E} \left[ 1 + \frac{3}{7} \left( \frac{\sigma}{\sigma_{0.7}} \right)^{n-1} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

(13) 式为 R-O 三参数方程的简化式。

三参数为弹性模数  $E$ 、应力-应变曲线与  $0.7E$  割线交点对应的正割屈服应力  $\sigma_{0.7}$ 、以及描述应力-应变曲线拐弯处的曲率形状参数  $n$ 。

#### 6 R-O 曲率形状参数 $n$ 的推导

根据 (1) 式同理得

$$\epsilon_{0.85} = \frac{\sigma_{0.85}}{E} + K \left( \frac{\sigma_{0.85}}{E} \right)^n \quad (14)$$

由图 2 知

$$\epsilon_{0.85} = \frac{\sigma_{0.85}}{0.85E}$$

代入 (14) 式化简得

$$K \left( \frac{\sigma_{0.85}}{E} \right)^{n-1} = \frac{15}{85} \quad (15)$$

(12) 式除以 (15) 式得

$$\frac{K \left(\frac{\sigma_{0.7}}{E}\right)^{n-1}}{K \left(\frac{\sigma_{0.85}}{E}\right)^{n-1}} = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{15}{85}}$$

两边取对数化简

$$n = 1 + \frac{\lg \frac{17}{7}}{\lg \left(\frac{\sigma_{0.7}}{\sigma_{0.85}}\right)} \quad (16)$$

将 (16) 式代入 (12) 式得

$$K = \frac{3}{7 \left(\frac{\sigma_{0.7}}{E}\right)^n \cdot \exp \left[ \frac{\lg \frac{17}{7}}{\lg \left(\frac{\sigma_{0.7}}{\sigma_{0.85}}\right)} \right]} \quad (17)$$

由此可见, Ramberg-Osgood 三参数法中的曲率形状参数  $n$  和系数  $K$  均可用正割屈服应力  $\sigma_{0.7}$  和  $\sigma_{0.85}$  求得。

## 7 实验验证

Ramberg-Osgood 形状参数和硬化指数比较见表 1。

表 1 经修正后 R-O 形状参数  $n$  和硬化指数  $n'$  比较

材料	热处理	温度 ℃	R-O 方程 $n$	应变硬化方程		真实总变形 修正 R-O $n$	真实塑性变 形修正 R-O $n$	去掉弹性应变 硬化修正	
				$n'$	$\frac{1}{n'}$			$n'$	$\frac{1}{n'}$
LY12	MCS	150	40.568	0.0850	11.793	35.651	35.645	0.0666	15.019
		175	60.000	0.0806	12.401	57.029	57.029	0.0610	16.391
		200	47.583	0.0684	14.624			0.0424	24.248
LY16	MCS	室温	14.058	0.153	6.536	13.605	5.757	0.12686	7.883
30CrMnSiA	900℃回火 900℃油淬	室温	62.01	0.0771	12.979	60.986	61.01	0.070202	14.245
		200	12.66	0.0846	11.823	11.088	12.079	0.04791	20.872
		300	10.299	0.090	11.062	9.709	9.711		

由表 1 看到 LY16 室温 R-O 参数  $n$  为硬化指数  $\frac{1}{n'}$  的 2.927 倍, 250℃为 1.2426 倍。

其数据的误差由于形变硬化指数  $n'$  计算时应该用塑性变形, 即总变形减去弹性变形, 使  $n$  值增大, 而表 1 采用总变形。

再则 R-O 方程求参数  $n$  时,  $\sigma_{0.7}$  和  $\sigma_{0.85}$  应在真实应力-应变曲线中求得, 而表 1 中  $\sigma_{0.7}$  和  $\sigma_{0.85}$  在工程应力-应变曲线中求得。另外, R-O 参数方程采用屈服极限以前的数据, 而硬化指数采用屈服极限以后的数据。

硬化指数采用塑性变形求得,  $\sigma_{0.7}$  和  $\sigma_{0.85}$  采用真实应力-应变曲线中求得, Ramberg-Osgood 形状参数和硬化指数去掉弹性应变, 经修正后两者趋向倒数关系。

## 8 结论

(1) Ramberg-Osgood 三参数方程中, 曲率形状参数  $n$  和应变硬化指数中的  $n'$  之间互为倒数。

(2) 硬化指数计算时用总应变近似代替塑性应变计算, 并且侧重于屈服极限以后的曲线段, 而形状参数  $n$  侧重于屈服极限以前的曲线段, 两者在实际工程应用中有一定误差。

本工作得到张继祥工程师的帮助, 在此表示感谢。

\*\*\*\*\*

(上接第 30 页)

按工作循环次数 3000 次/年计算, 可安全使用 14.6 年。

## 4 结语

综合上述评定结果认为, 气罐在最大工作压力  $P=0.686\text{MPa}$  和循环压力幅  $\Delta P=0.392\text{MPa}$  下工作是安全的。工作循环次数按 3000 次/年计算至少可再使用 14 年。由此可节省巨额的重建费用。

总之, 材料的断裂力学性能是表征材料抵抗裂纹扩展 (启裂、稳定扩展和失稳扩展) 的能力。由于它考虑了材料的缺陷, 比常规力学性能更深入地反映了实际, 成为工程安全评定 (或损伤容限设计) 必不可少的参量。同时试验室提供的材料断裂力学数据直接关系到其结论 (或设计) 的可靠性, 这是十分重要的问题。