

冲击压缩下准脆性材料含微裂纹损伤的本构模型

Micro-cracks Damage Constitutive Model of
Quasi-brittle Materials Subjected to
Shock Compression

任会兰, 宁建国

(北京理工大学 爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081)

REN Hui-lan, NING Jian-guo (State Key Laboratory of Explosion
Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

摘要: 基于准脆性材料中翼型拉伸裂纹的成核准则, 运用细观损伤理论推导了翼型裂纹损伤对材料弹性模量的弱化作用。考虑裂纹扩展对材料动态断裂的滞后效应, 建立了动态裂纹扩展准则, 并给出损伤演化方程, 在此基础上建立了准脆性材料单轴冲击压缩下的动态损伤本构模型。结合氧化铝陶瓷材料独特的力学响应和破坏特性, 讨论了模型中微裂纹成核参数、微裂纹尺寸对动态断裂强度的影响, 并用该模型计算了单轴压缩下氧化铝陶瓷的应力应变曲线, 数值结果与实验结果吻合良好。

关键词: 准脆性材料; 翼型拉伸裂纹; 扩展准则; 损伤本构模型

中图分类号: O347.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4381(2007)03-0018-04

Abstract: Based on the nucleation criterion of wing tension crack of quasi-brittle material, the decrease of elastic moduli of material resulted from the crack damage are derived utilizing micro-mechanics theory. The influence of crack growth velocity on dynamic failure toughness is considered in dynamic growth criterion. The damage constitutive model for brittle materials subjected to compressive loading is developed. The influence of parameters of micro-cracks nucleation, initial crack size on dynamic failure strength are discussed. The stress-strain curves under high strain rate for alumina are compared to the experimental results and a good correlation is obtained.

Key words: quasi-brittle; wing tension crack; growth criterion; damage constitutive model

在岩石、混凝土和陶瓷等准脆性材料中, 分散着大量的原始微缺陷。这些微缺陷在冲击载荷作用下将导致微裂纹的形成、扩展和汇合, 对材料刚度和强度产生明显的弱化作用, 在应力应变关系上表现为非线性变形。单轴冲击压缩下由于侧向约束为自由状态, 微裂纹将首先在较大微缺陷处产生, 并在外载作用下进一步扩展和相互贯穿而引起沿晶界断裂或穿晶断裂的脆性破坏模式^[1]。准脆性材料中对微裂纹成核和扩展引起的微损伤国内外学者已经做了一些工作^[2-6], 研究多集中在准静态或较低应变率情况, 有关高应变率下因微裂纹损伤而引起应力应变关系非线性化的讨论未见报道。针对这一问题, 本工作运用细观损伤理论作了一些探讨, 研究了动态冲击下翼型裂纹损伤引起材料的弹性模量的弱化作用, 给出裂纹损伤演化方程, 并建立了单轴压缩下准脆性材料力学特性的本构模型。

1 单轴压缩下本构模型

单轴压缩下, 由于脆性材料的破坏主要是微裂纹的成核与扩展导致材料承载能力的下降, 损伤累积达到某一域值时发生破坏。引入损伤量 D 来描述损伤对材料强度的弱化作用, $D=0$ 表示材料内有初始损伤但裂纹并没有扩展, $D=D_f$ 表示材料完全破坏而丧失承载能力。本构模型可表示为:

$$\sigma = E(1-D)\varepsilon \quad (1a)$$

率形式为:

$$\dot{\sigma} = E\dot{\varepsilon} - E(D\dot{\varepsilon} + \dot{D}\varepsilon) \quad (1b)$$

2 翼型裂纹模型

压缩载荷作用下单个微裂纹扩展可用图 1a 描

述^[2,4,7]。随着外载荷的增加,作用在原始微裂纹 $2c$ 上的局部剪应力克服摩擦极限时,微裂纹将沿裂纹面发生滑移。若微裂纹尖端 P, P' 处的应力集中因子满足裂纹扩展准则,则萌生拉伸翼型裂纹 Q, Q' 。拉伸裂纹 Q, Q' 的初始成核方向与最大压缩应力(σ_1)夹角为 φ , 随着拉伸裂纹 Q, Q' 迅速扩展,最终将与主压缩应力平行,相邻微裂纹互相汇合、贯通最终导致宏观裂纹形成而引起材料的轴向劈裂破坏或剪切破坏。如果不考虑初始裂纹的成核角度 φ , 可以用图 1b 描述拉伸裂纹的扩展。

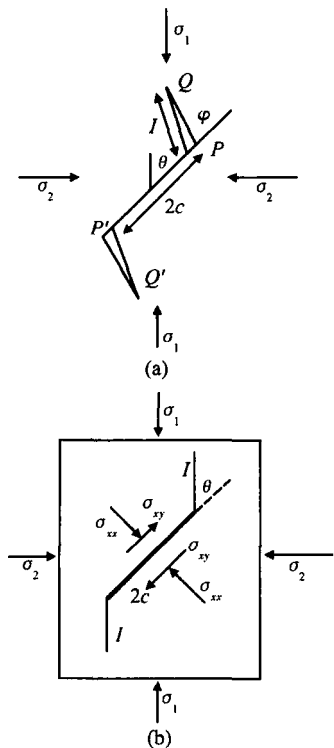


图 1 裂纹扩展模型

Fig. 1 Scheme of wing tension crack

在原始微裂纹面上建立局部坐标系,则作用在裂纹面上的应力分量为 α_x, α_y , 其中 α_x 使裂纹闭合, α_y 将使微裂纹沿裂纹面滑动。忽略微裂纹间的弱相互作用,准静态双轴压缩下裂纹尖端 P, P' 处 I 型裂纹的应力集中因子可表示为^[7]:

$$K_I = \frac{F \sin \theta}{\sqrt{\pi(l + l^*)}} - \sigma_2 \sqrt{\pi l} \quad (2)$$

式中:

$$F = 2c\tau^* \quad (3a)$$

$$\tau^* = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta$$

$$- \frac{1}{2}[\mu(\sigma_1 + \sigma_2) - (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta] \quad (3b)$$

l 为拉伸裂纹长度, $l^* = 0.27c$ 。

2.1 单个微裂纹扩展引起的柔度张量

根据能量平衡原理,微裂纹滑动和拉伸翼型裂纹扩展过程中加载系统所做的功等于微裂纹系统释放的弹性应变能和微裂纹滑动时摩擦消耗的能量。则有

$$W_I = 2U_e + W_f \quad (4)$$

式中: U_e 表示由于拉伸裂纹扩展而释放的弹性应变能; W_f 微裂纹滑动时摩擦消耗的能量; W_I 是载荷对体元做功。

考虑图 1 中在载荷 σ_1, σ_2 的作用下,微裂纹沿 σ_1, σ_2 方向引起的微小应变分别为 $\Delta \varepsilon_1, \Delta \varepsilon_2$, 则载荷 σ_1, σ_2 对小体元做功

$$W_I = 4bh(\sigma_1 \Delta \varepsilon_1 + \sigma_2 \Delta \varepsilon_2) \quad (5)$$

式中: $\Delta \varepsilon_1, \Delta \varepsilon_2$ 为单个裂纹扩展在 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 上的微小增量, $4bh$ 为小体元单位厚度上的面积。

弹性范围内 $\Delta \varepsilon_1, \Delta \varepsilon_2$ 与外加应力的线性关系可写成:

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_1 \\ \Delta \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: S_{ij} 单个微裂纹引起的柔度张量。

拉伸 I 型裂纹扩展而释放的弹性应变能用裂纹尖端应力场强度因子表示为

$$U_e = 2U_c = 2 \int_0^l \frac{(k+1)(v+1)}{4E} K_I^2 dl \quad (7)$$

式(2)代入(7)并积分上式可得弹性应变能为

$$U_e = \frac{(k+1)(1+v)}{2E} \left\{ \frac{4c^2(\tau^*)^2 \sin^2 \theta}{\pi} \ln \left[\frac{l + l^*}{l^*} \right] + \frac{1}{2} \sigma_2^2 \pi l^2 - 2c\tau^* \sigma_2 \sin \theta \right. \\ \left. \left[\ln \left(\frac{\sqrt{l}}{\sqrt{l^*}} + \sqrt{1 + \frac{l}{l^*}} \right) - \sqrt{\frac{l}{l^*}} \left(1 + \frac{l}{l^*} \right) \right] \right\} \quad (8)$$

在剪切应力的作用下,假设微裂纹沿裂纹面滑移距离为 δ 则摩擦消耗的能量为

$$W_f = 2c\tau_f \delta \quad (9)$$

其中摩擦力

$$\tau_f = \frac{1}{2}[\mu(\sigma_1 + \sigma_2) - (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta] \quad (10)$$

微裂纹沿裂纹面方向滑移距离 δ 可以表示为^[7]:

$$\delta = \frac{(k+1)(1+v)}{2E \sin \theta} \sqrt{2\pi(l + l^*)} \left[\frac{2c\tau^* \sin \theta}{\sqrt{\pi(l + l^*)}} - \sigma_2 \sqrt{\pi} + \sigma_2 \sqrt{\frac{\pi l}{2}} \right] \quad (11)$$

把式(6)代入(5),式(10),(11)代入(9),并与式(4),(8)联立,通过对比 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_1 \sigma_2$ 之前的系数可得拉伸翼型裂纹扩展引起的柔度张量 S_{11}, S_{22}, S_{12} 分别为

$$S_{11} = \frac{(1+k)(1+v)}{E} \frac{1}{4bh} (A_1 B_1 + C_1) \quad (12a)$$

$$S_{22} = \frac{(1+k)(1+v)}{E} \frac{1}{4bh} (A_1 B_2 + C_2 + A_2 D_1 + A_3 + A_4 C_3) \quad (12b)$$

$$S_{12} = \frac{(1+k)(1+v)}{E} \frac{1}{4bh} (A_1 B_3 + B_4 - A_4 C_4 + A_5 C_5) \quad (12c)$$

式中: A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 为与拉伸翼型裂纹 l 有关的参量, $B_1, B_2, B_3, B_4, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, D_1$ 仅与初始裂纹尺寸 $2c$ 和裂纹取向 θ 相关的参量, 具体推导可见参考文献[8]。

2.2 裂纹损伤的度量

假设单位体积内的微裂纹数即裂纹数密度为 N , 忽略裂纹间弱的相互作用并忽略裂纹的取向, 则所有微裂纹扩展引起的非线性应变为: $N \times \begin{pmatrix} \Delta \varepsilon_1 \\ \Delta \varepsilon_2 \end{pmatrix}$ 。

总应变分解为弹性应变和裂纹扩展引起的非弹性应变两部分:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1^e + \varepsilon_1^d \\ \varepsilon_2^e + \varepsilon_2^d \end{pmatrix} = \frac{(k+1)(1+v)}{4E} \begin{pmatrix} 1 & \frac{k-3}{k+1} \\ \frac{k-3}{k+1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{pmatrix} + N \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{pmatrix} \quad (13)$$

单轴压缩下 $\sigma_2 = 0$, 可另 $\varepsilon = \varepsilon_1$, 则得到应力应变关系表示为:

$$\sigma = \left\{ \frac{E}{1 + NB_1 \ln\left(\frac{l}{l_*} + 1\right) + NC_1} \right\} \varepsilon \quad (14)$$

结合式(1a), 损伤参数 $D(N, l)$ 可表示为

$$D(N, l) = \frac{NB_1 \ln\left(\frac{l}{l_*} + 1\right) + NC_1}{1 + NB_1 \ln\left(\frac{l}{l_*} + 1\right) + NC_1} \quad (15)$$

2.3 动载荷下损伤演化方程

假定微裂纹数密度 N 与应变 ε 之间的关系满足双参量(k 和 m) 的分布^[5], 即

$$N = k\varepsilon^m \quad (16)$$

式中: N 是在给定应变 ε 水平下单位体积内所激活的裂纹数; k 和 m 是描述材料破坏特性的参数。

实验研究发现, 大多数陶瓷由于微裂纹扩展而表现出断裂滞后的行为。动态应力集中因子与静态应力场强度因子之间的关系可表示为^[5]:

$$K_{ID} = k(v_c) K_I \quad (17)$$

其中

$$k(v) = \left(1 - \frac{v_c}{v_{cm}} \right) \left(1 - \frac{v_c}{2v_{cm}} \right)^{-1} \quad (18)$$

动态载荷下裂纹发生扩展的条件可以写为:

$$K_{ID} = K_{IC}^d \quad (19)$$

式中: K_{IC}^d 为动态载荷下的断裂韧性, 与加载条件有关的材料参数; v_c 为裂纹扩展的速度, v_{cm} 为裂纹扩展的极限速度, 一般取 $v_{cm} = (0.3 \sim 0.5) C_R$, C_R 为瑞利波速。

对式(15), (16) 微分可得损伤演化方程:

$$D = \frac{km\varepsilon^{m-1} \left\{ B_1 \ln\left(\frac{l}{l_*} + 1\right) + C_1 \right\} + k\varepsilon^m B_1 \frac{v_c}{l + l_*}}{\left\{ 1 + k\varepsilon^m B_1 \ln\left(\frac{l}{l_*} + 1\right) + k\varepsilon^m C_1 \right\}} \quad (20)$$

由式(1) - (3), (12), (15) - (20) 构成了单轴压缩下含裂纹损伤演化的本构模型, 可以用来描述准脆性材料的动态力学行为。

3 结果讨论

3.1 裂纹成核参数 k, m

从图2可以看出断裂强度随 k 值增大而显著降低, 而随 m 值增大而明显升高。这一结论可与式(16)分析相一致: k 值增大, 单位体积内激活的裂纹数增多从而损伤累积增加, 断裂强度降低, 材料迅速达到破坏状态。 m 增大, 单位体积内激活的裂纹数减小从而使损伤累积减少而断裂强度提高。

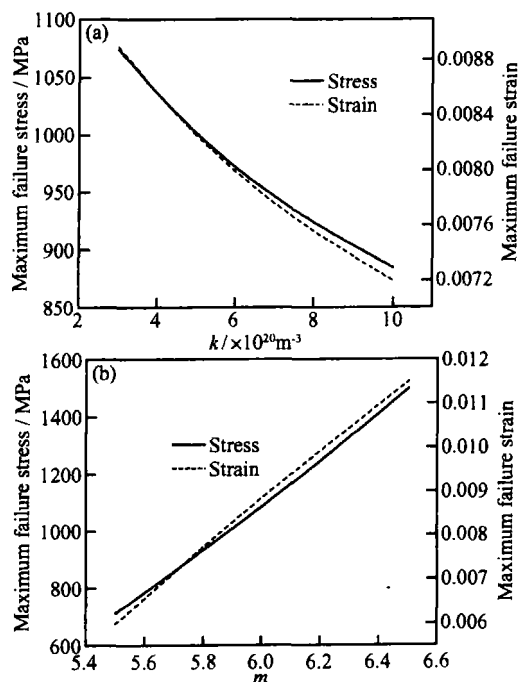


图2 裂纹成核参数对断裂强度的影响

Fig. 2 Influences of nucleation parameters of micro-crack size on failure strength

3.2 初始微裂纹尺寸对损伤和断裂强度的影响

图3显示了初始微裂纹尺寸对损伤累积、断裂强

度和应力应变曲线的影响。初始损伤增大,在较短时间内损伤达到临界域值迅速达到失效破坏,同时初始微裂纹尺寸增大将使断裂强度降低。如果要提高材料的断裂强度,则应尽量降低材料形成过程中的内部和表面微缺陷尺寸,如减少气孔的大小,减少杂质颗粒的大小,同时细化晶粒。

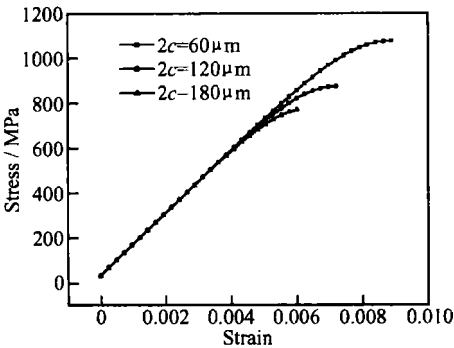


图3 初始裂纹尺寸对断裂强度的影响

Fig. 3 Influences of initial micro-crack on failure strength

3.3 模型计算曲线与实验曲线比较

为了验证模型的适用性,对三种应变率($\dot{\epsilon}=900, 1200, 1500s^{-1}$)下的模型计算曲线和实验曲线^[9]进行了比较,可见图4所示。具体计算过程中参数见表1。

表1 模型参数

Table 1 Model parameters

E_0 / GPa	ρ / (kg · m ⁻³)	μ	$2c/\mu m$
—	3.82	0.7	60
D_f	K_{IC} / MPa · \sqrt{m}	θ	k, m
0.7	1.5	45°	$3 \times 10^{20}, 6$

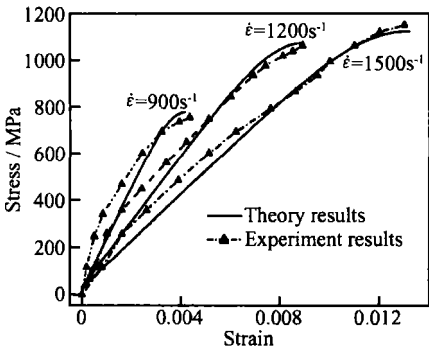


图4 模型计算结果与实验结果比较

Fig 4 Comparison between model results and experimental results

通过比较可以看出用建立的微裂纹扩展模型预测得到的动态应力应变曲线和实验曲线比较吻合。加载初期应变较小,损伤对材料强度的弱化作用较小,因此应力应变曲线上初期的非线性化程度并不明显,见图4;而加载后期,随着裂纹的扩展以及裂纹数量的增多以及相邻裂纹间相互贯穿等使得损伤累积迅速增加,应力应变曲线的非线性化程度非常明显,表明内部的

裂纹损伤使得应变局部化过程增加,裂纹扩展失稳,并在某个位置达到破坏状态。

4 结论

(1) 岩石,混凝土和陶瓷作为典型的准脆性材料,在强冲击载荷下呈现独特的非弹性变形和破坏响应,其非弹性变形和破坏表现为对变形的高度敏感性和小变形到脆性破坏的特征,明显区别与延性材料的塑性流动性质。

(2) 单轴压缩下大量微裂纹的扩展和贯穿是导致这类材料呈现脆性破坏的主要因素,所以在本构模型中必须考虑微裂纹损伤对本构模型的影响。

(3) 结合氧化铝陶瓷的破坏特性,研究了微裂纹扩展对材料非线性变形的影响,建立了单轴压缩下准脆性材料含微裂纹损伤的动态本构模型。

参考文献

[1] LONGY F, CAGNOUX J. Plasticity and microcracking in shock loaded alumina[J]. Journal American Ceramics Society, 1989, 72 (6): 971– 979.

[2] HORII H, NEMAT-NASSER S. Compression-induced microcrack growth in brittle solid: axial splitting and shear failure[J]. Journal of Geophysical Research, 1985, 90(B4): 3105– 3125.

[3] DENG H, NEMAT-NASSER S. Dynamic damage evolution in brittle microcracking solids[J]. Mechanics of Material, 1992, 14: 83– 103.

[4] HUANG C Y, SUBHASH C, VITTON S J. A dynamic damage growth model for uniaxial compressive response of rock aggregates[J]. Mechanics of materials, 2002, 34: 267– 277.

[5] LI H B, ZHAO J, LI T J. Micromechanical modeling of the mechanical properties of a granite under dynamic uniaxial compressive loads[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37: 923– 935.

[6] 冯西桥. 准脆性材料的细观损伤力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002. 43.

[7] RAVICHANDRAN G, SUBHASH G. A micromechanical model for high strain rate behavior of ceramics[J]. International Journal of Solids and Structures, 1995, 32(17/18): 2627– 2646.

[8] 任会兰. 氧化铝陶瓷动态力学特性及损伤本构模型研究[D]. 北京: 北京理工大学博士学位论文, 2006.

[9] 黄良钊, 张安平. Al₂O₃ 陶瓷的动态力学性能研究[J]. 中国陶瓷, 1999, 35(1): 13– 15.

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(10625208)

收稿日期: 2006-10-26; 修订日期: 2007-01-04

作者简介: 任会兰(1973–), 女, 讲师, 主要从事材料动态力学性能的研究, 联系地址: 北京理工大学宇航科学技术学院(100081)。